



Формальные методы в программной инженерии

Проверка моделей



Логика CTL, LTL

Лекция 3

Темпоральные логики

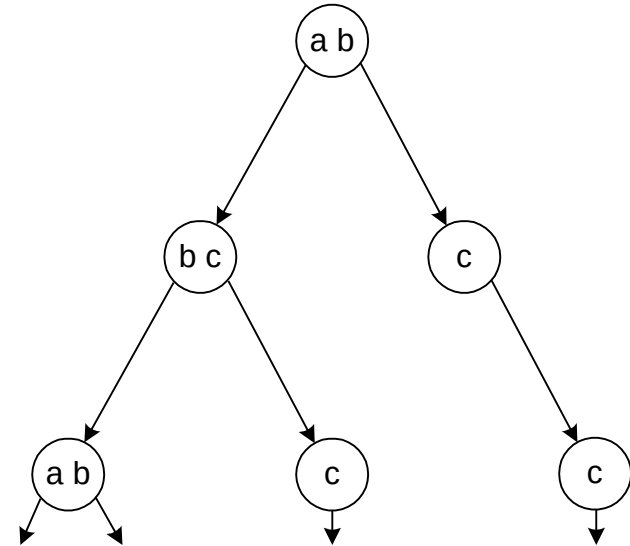
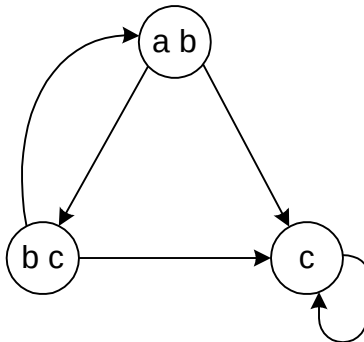
- Логика для спецификации временных свойств систем переходов (моделей Крипке)
- Используются атомарные высказывания, булевы связки, кванторы и модальности, операторы, описывающие временные свойства состояний системы.
- Реагирующие системы
 - Спецификация последовательности переходов между состояниями
 - Метод Флойда-Хоара
 - Спецификация свойств входных и выходных данных
 - Темпоральные логики
 - Спецификация процесса работы (вычисления)

Темпоральные логики

- Время не описывается явно
 - когда-нибудь
 - никогда
- Темпоральные операторы для описания временных свойств.
- Темпоральные логики отличаются
 - набором используемых темпоральных операторов
 - семантикой этих операторов
- Выразительная логика CTL* — Computational Tree Logic Star
 - CTL — Computational Tree Logic
 - LTL — Linear Tree Logic

1 Логика деревьев вычислений CTL*

- Формулы CTL* описывают свойства деревьев вычислений.
- Дерево вычислений
 - Корень — начальное состояние
 - Потомки — состояния, получающиеся путём переходов
 - Бесконечное
 - Все возможные исполнения



1 Логика деревьев вычислений CTL*

- Формулы CTL* описывают свойства деревьев вычислений.
- Дерево вычислений
 - Корень — начальное состояние
 - Потомки — состояния, получающиеся путём переходов
 - Бесконечное
 - Все возможные исполнения
- Формулы CTL*
 - Кванторы пути
 - Описание структуры ветвления в дереве вычислений
 - **A** («для всех путей вычисления»)
 - **E** («для некоторого пути вычисления»)
 - **Все** пути или **некоторые** из путей из данного состояния, обладают некоторым свойством
 - Темпоральные операторы
 - Свойства пути, проходящего в дереве.

1 Логика деревьев вычислений CTL*

- Оператор сдвига по времени **X** (neXttime, «в следующий момент»)
 - Свойство выполняется в следующем состоянии пути
- Оператор происхождения **F** (Future, «рано или поздно», «когда-то в будущем», «когда-нибудь»)
 - Свойство будет выполняться в каком-то последующем состоянии пути
- Оператор инвариантности **G** (Globally, «всегда», «повсюду»)
 - Свойство выполняется в каждом состоянии пути

1 Логика деревьев вычислений CTL*

- Оператор условного ожидания **U** (Until, «до тех пор пока», «пока не»)
 - Свойство выполнено начиная с некоторого момента до тех пор, пока не начнёт выполняться некоторое другое свойство
- Оператор разблокировки **R** (Release, «высвободить»)
 - Второе свойство выполняется до тех пор, пока не начнёт выполняться первое.

1 Логика деревьев вычислений CTL*

Синтаксис и семантика CTL*

AP — имена атомарных высказываний

■ Формулы двух типов:

□ **формулы состояния** (высказывание о состоянии)

■ Если $p \in AP$, то p — формула состояния

■ Если ϕ и ψ — формулы состояния, то

$\neg\phi$, $\phi \wedge \psi$, $\phi \vee \psi$ — формулы состояния

■ Если ϕ — формула пути, то

$E\phi$ и $A\phi$ — формулы состояния

□ **формулы пути** (высказывание о пути)

■ Если ϕ — формула состояния, то ϕ — формула пути

■ Если ϕ и ψ — формулы состояния, то

$\neg\phi$, $\phi \wedge \psi$, $\phi \vee \psi$, $X\phi$, $F\phi$, $G\phi$, $\phi U\psi$, $\phi R\psi$ — формулы пути

■ Формулами CTL* являются все **формулы состояний**, построенные по этим правилам

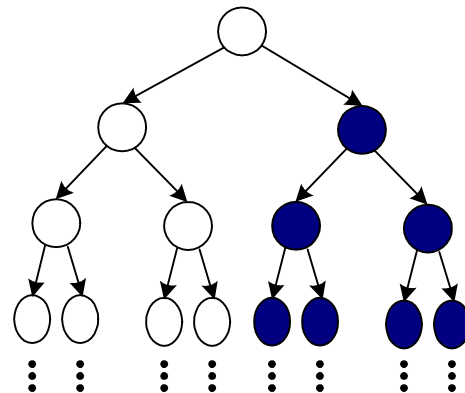
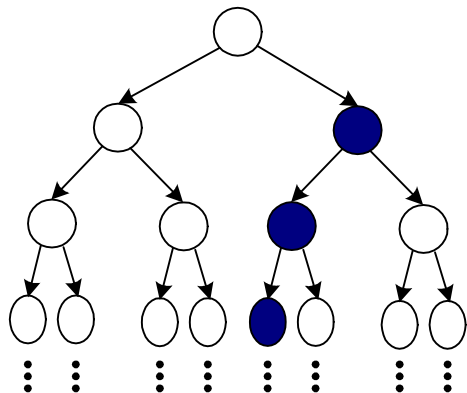
1 Логика деревьев вычислений CTL*

Семантика CTL*

- Определяется на моделях Крипке
 - $M = (S, R, L)$
 - S — множество состояний
 - $R \times R$ — тотальное отношение переходов
 - $L: S \rightarrow 2^{AP}$ — функция разметки
- **Путь** в модели M из состояния s
 - бесконечная последовательность состояний модели
 - $\pi = s_0, s_1, s_2, \dots$, такая что $s_0 = s$ и для всех $i \geq 0$ верно, что $R(s_i, s_{i+1})$.
 - Бесконечная ветвь в дереве вычислений модели M
- π^i — суффикс пути π , начинающегося в состоянии s_i .
- $M, s \models \varphi$ — φ выполняется в состоянии s на модели Крипке M
 - φ — формула состояния
- $M, \pi \models \varphi$ — φ выполняется на протяжении пути π в модели M
 - φ — формула пути.
- Обозначение модели Крипке может быть опущено.

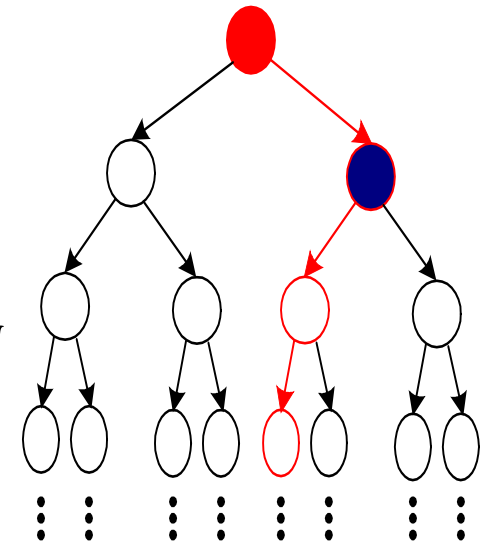
1 Логика деревьев вычислений CTL*

- Отношение $\models$ определяется индуктивно следующим образом
 - φ, φ_1 и φ_2 — формулы состояния
 - ψ, ψ_1 и ψ_2 — формулы пути:
- $M, s \models p \Leftrightarrow p \in L(s)$
- $M, s \models \neg \varphi \Leftrightarrow M, s \not\models \varphi$
- $M, s \models \varphi_1 \wedge \varphi_2 \Leftrightarrow M, s \models \varphi_1$ и $M, s \models \varphi_2$
- $M, s \models \varphi_1 \vee \varphi_2 \Leftrightarrow M, s \models \varphi_1$ или $M, s \models \varphi_2$
- $M, s \models E \psi \Leftrightarrow$ в M существует такой путь π из состояния s , что $M, \pi \models \psi$
- $M, s \models A \psi \Leftrightarrow$ в M для любого пути π из состояния s верно $M, \pi \models \psi$



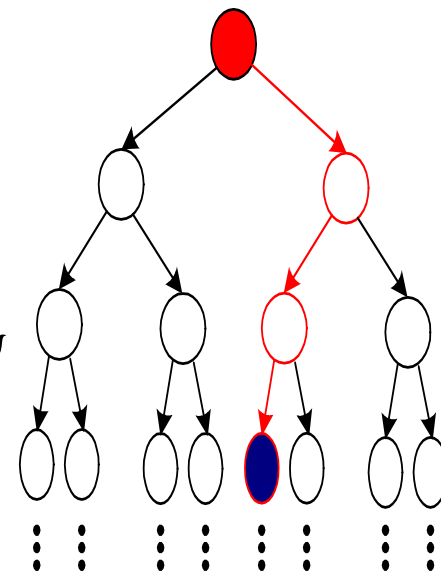
1 Логика деревьев вычислений STL*

- Отношение $\models$ определяется индуктивно следующим образом
 - φ, φ_1 и φ_2 — формулы состояния
 - ψ, ψ_1 и ψ_2 — формулы пути:
 - $M, \pi \models \psi \Leftrightarrow$ для первого состояния s пути π в M верно $M, s \models \psi$
 - $M, \pi \models \neg \psi \Leftrightarrow M, \pi \not\models \psi$
 - $M, \pi \models \psi_1 \wedge \psi_2 \Leftrightarrow M, \pi \models \psi_1$ и $M, \pi \models \psi_2$
 - $M, \pi \models \psi_1 \vee \psi_2 \Leftrightarrow M, \pi \models \psi_1$ или $M, \pi \models \psi_2$
 - $M, \pi \models X\psi \Leftrightarrow M, \pi^2 \models \psi$
 - $M, \pi \models F\psi \Leftrightarrow$ существует такое $k \geq 0$, что $M, \pi^k \models \psi$
 - $M, \pi \models G\psi \Leftrightarrow$ для любого $k \geq 0$ верно, что $M, \pi^k \models \psi$
 - $M, \pi \models \psi_1 U \psi_2 \Leftrightarrow$ существует такое $k \geq 0$, что $M, \pi^k \models \psi_2 \Leftrightarrow$ и для всех $0 \leq j < k$ верно $M, \pi^j \models \psi_1$
 - $M, \pi \models \psi_1 R \psi_2 \Leftrightarrow$ для всех $k \geq 0$, если для каждого $j < k$ верно $M, \pi^j \not\models \psi_1$, то $M, \pi^k \models \psi_2$
-



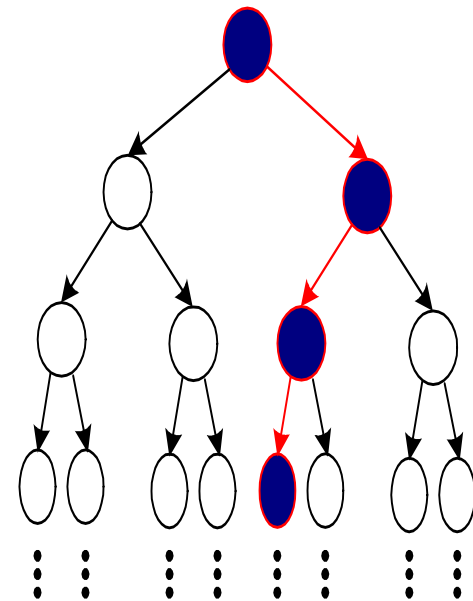
1 Логика деревьев вычислений CTL*

- Отношение $\models$ определяется индуктивно следующим образом
 - ϕ , ϕ_1 и ϕ_2 — формулы состояния
 - ψ , ψ_1 и ψ_2 — формулы пути:
- $M, \pi \models \psi \Leftrightarrow$ для первого состояния s пути π в M верно $M, s \models \psi$
- $M, \pi \models \neg \psi \Leftrightarrow M, \pi \not\models \psi$
- $M, \pi \models \psi_1 \wedge \psi_2 \Leftrightarrow M, \pi \models \psi_1$ и $M, \pi \models \psi_2$
- $M, \pi \models \psi_1 \vee \psi_2 \Leftrightarrow M, \pi \models \psi_1$ или $M, \pi \models \psi_2$
- $M, \pi \models X\psi \Leftrightarrow M, \pi^2 \models \psi$
- $M, \pi \models F\psi \Leftrightarrow$ существует такое $k \geq 0$, что $M, \pi^k \models \psi$
- $M, \pi \models G\psi \Leftrightarrow$ для любого $k \geq 0$ верно, что $M, \pi^k \models \psi$
- $M, \pi \models \psi_1 U \psi_2 \Leftrightarrow$ существует такое $k \geq 0$,
что $M, \pi^k \models \psi_2 \Leftrightarrow$ и для всех $0 \leq j < k$ верно $M, \pi^j \models \psi_1$
- $M, \pi \models \psi_1 R \psi_2 \Leftrightarrow$ для всех $k \geq 0$, если для
каждого $j < k$ верно $M, \pi^j \not\models \psi_1$, то $M, \pi^k \models \psi_2$



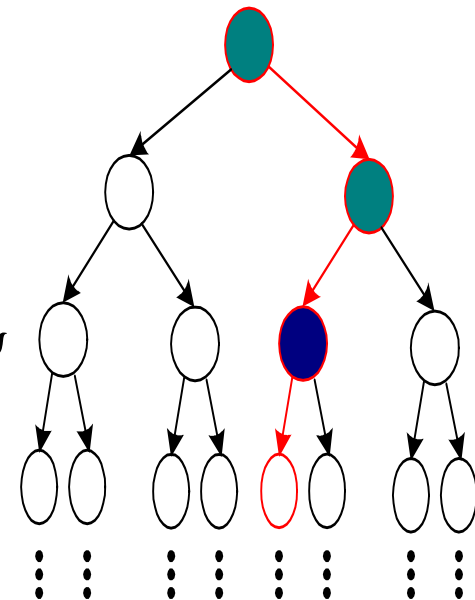
1 Логика деревьев вычислений CTL*

- Отношение $\models$ определяется индуктивно следующим образом
 - ϕ, ϕ_1 и ϕ_2 — формулы состояния
 - ψ, ψ_1 и ψ_2 — формулы пути:
- $M, \pi \models \psi \Leftrightarrow$ для первого состояния s пути π в M верно $M, s \models \psi$
- $M, \pi \models \neg \psi \Leftrightarrow M, \pi \not\models \psi$
- $M, \pi \models \psi_1 \wedge \psi_2 \Leftrightarrow M, \pi \models \psi_1$ и $M, \pi \models \psi_2$
- $M, \pi \models \psi_1 \vee \psi_2 \Leftrightarrow M, \pi \models \psi_1$ или $M, \pi \models \psi_2$
- $M, \pi \models X\psi \Leftrightarrow M, \pi^2 \models \psi$
- $M, \pi \models F\psi \Leftrightarrow$ существует такое $k \geq 0$, что $M, \pi^k \models \psi$
- $M, \pi \models G\psi \Leftrightarrow$ для любого $k \geq 0$ верно, что $M, \pi^k \models \psi$
- $M, \pi \models \psi_1 U \psi_2 \Leftrightarrow$ существует такое $k \geq 0$,
что $M, \pi^k \models \psi_2 \Leftrightarrow$ и для всех $0 \leq j < k$ верно $M, \pi^j \models \psi_1$
- $M, \pi \models \psi_1 R \psi_2 \Leftrightarrow$ для всех $k \geq 0$, если для
каждого $j < k$ верно $M, \pi^j \not\models \psi_1$, то $M, \pi^k \models \psi_2$



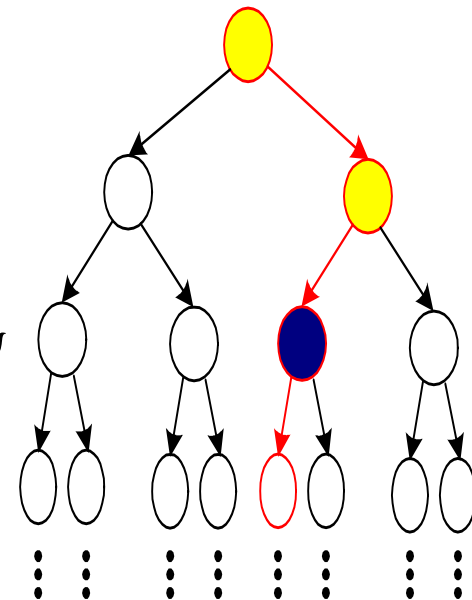
1 Логика деревьев вычислений CTL*

- Отношение $\models$ определяется индуктивно следующим образом
 - ϕ, ϕ_1 и ϕ_2 — формулы состояния
 - ψ, ψ_1 и ψ_2 — формулы пути:
- $M, \pi \models \psi \Leftrightarrow$ для первого состояния s пути π в M верно $M, s \models \psi$
- $M, \pi \models \neg \psi \Leftrightarrow M, \pi \not\models \psi$
- $M, \pi \models \psi_1 \wedge \psi_2 \Leftrightarrow M, \pi \models \psi_1$ и $M, \pi \models \psi_2$
- $M, \pi \models \psi_1 \vee \psi_2 \Leftrightarrow M, \pi \models \psi_1$ или $M, \pi \models \psi_2$
- $M, \pi \models X\psi \Leftrightarrow M, \pi^2 \models \psi$
- $M, \pi \models F\psi \Leftrightarrow$ существует такое $k \geq 0$, что $M, \pi^k \models \psi$
- $M, \pi \models G\psi \Leftrightarrow$ для любого $k \geq 0$ верно, что $M, \pi^k \models \psi$
- $M, \pi \models \psi_1 U \psi_2 \Leftrightarrow$ существует такое $k \geq 0$,
что $M, \pi^k \models \psi_2 \Leftrightarrow$ и для всех $0 \leq j < k$ верно $M, \pi^j \models \psi_1$
- $M, \pi \models \psi_1 R \psi_2 \Leftrightarrow$ для всех $k \geq 0$, если для
каждого $j < k$ верно $M, \pi^j \not\models \psi_1$, то $M, \pi^k \models \psi_2$



1 Логика деревьев вычислений CTL*

- Отношение $\models$ определяется индуктивно следующим образом
 - ϕ, ϕ_1 и ϕ_2 — формулы состояния
 - ψ, ψ_1 и ψ_2 — формулы пути:
- $M, \pi \models \psi \Leftrightarrow$ для первого состояния s пути π в M верно $M, s \models \psi$
- $M, \pi \models \neg \psi \Leftrightarrow M, \pi \not\models \psi$
- $M, \pi \models \psi_1 \wedge \psi_2 \Leftrightarrow M, \pi \models \psi_1$ и $M, \pi \models \psi_2$
- $M, \pi \models \psi_1 \vee \psi_2 \Leftrightarrow M, \pi \models \psi_1$ или $M, \pi \models \psi_2$
- $M, \pi \models X\psi \Leftrightarrow M, \pi^2 \models \psi$
- $M, \pi \models F\psi \Leftrightarrow$ существует такое $k \geq 0$, что $M, \pi^k \models \psi$
- $M, \pi \models G\psi \Leftrightarrow$ для любого $k \geq 0$ верно, что $M, \pi^k \models \psi$
- $M, \pi \models \psi_1 U \psi_2 \Leftrightarrow$ существует такое $k \geq 0$,
что $M, \pi^k \models \psi_2 \Leftrightarrow$ и для всех $0 \leq j < k$ верно $M, \pi^j \models \psi_1$
- $M, \pi \models \psi_1 R \psi_2 \Leftrightarrow$ для всех $k \geq 0$, если для
каждого $j < k$ верно $M, \pi^j \not\models \psi_1$, то $M, \pi^k \models \psi_2$



1 Логика деревьев вычислений CTL*

- Операторов $\neg$, $\vee$, **X**, **U**, **E** достаточно, чтобы выразить любую формулу CTL*:
 - $\varphi \wedge \psi \equiv \neg(\neg\varphi \vee \neg\psi)$
 - $\varphi \mathbf{R} \psi \equiv \neg(\neg\varphi \mathbf{U} \neg\psi)$
 - $\mathbf{F}\varphi \equiv \text{True} \mathbf{U} \neg\varphi$
 - $\mathbf{G}\varphi \equiv \neg\mathbf{F} \neg\varphi$
 - $\mathbf{A}\varphi \equiv \neg\mathbf{E} \neg\varphi$

2. CTL и LTL

- Подмножества CTL*

 - CTL — логика ветвящегося времени
 - LTL — логика линейного времени.

- Отношение к ветвлению в дереве вычислений.
 - Ветвящееся время
 - каждый темпоральный оператор описывает пути вычисления, заданные ему своим квантором
 - Линейное время
 - темпоральные операторы описывает события на протяжении единственного пути вычисления

2. CTL и LTL

■ Логика деревьев вычислений CTL

□ фрагмент CTL*

- каждый темпоральный оператор **X**, **F**, **G**, **U** и **R** следует непосредственно за квантором пути

- Если φ , φ_1 и φ_2 — формулы пути, то **AX** φ , **AF** φ , **AG** φ , φ_1 **AU** φ_2 и φ_1 **AR** φ_2 — формулы пути, для **E** аналогично.

■ Линейная темпоральная логика LTL

□ фрагмент CTL*

- состоит из всех формул вида **A** ψ , где ψ — формула пути, в которой все формулы состояния — это атомарные высказывания

- Если $p \in AP$, то p — формула пути

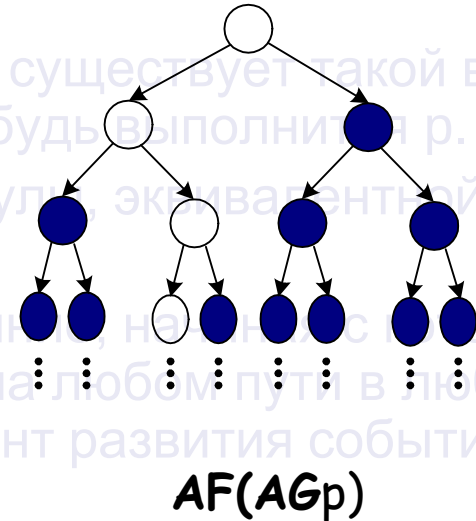
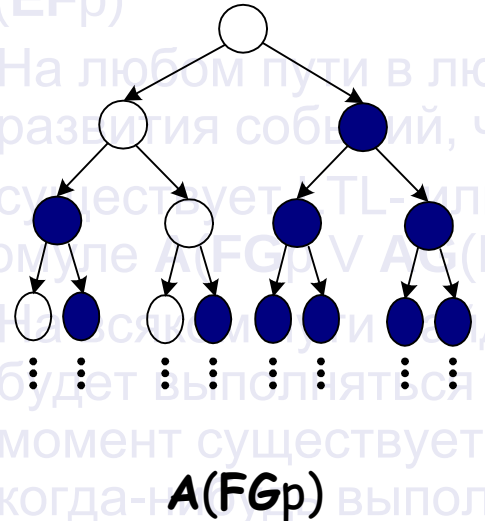
- Если ψ , ψ_1 и ψ_2 — формулы пути, то $\neg\psi$, $\psi_1 \wedge \psi_2$, $\psi_1 \vee \psi_2$, **X** ψ , **F** ψ , **G** ψ , ψ_1 **U** ψ_2 и ψ_1 **R** ψ_2 — формулы пути

2. CTL и LTL

- Разные выразительные возможности.
 - Не существует CTL-формулы, эквивалентной LTL-формуле $A(FGp)$.
 - На всяком пути найдется состояние, начиная с которого p будет выполняться всегда

- Не существует LTL-формулы, эквивалентной CTL-формуле $AG(EFp)$

- На любом пути в любой момент существует такой вариант развития событий, что когда-нибудь выполнится p .
- Не существует LTL-или CTL-формулы, эквивалентной CTL*-формуле $A(FGp \vee AG(EFp))$
- На любом пути найдется состояние, начиная с которого p будет выполняться всегда или на любом пути в любой момент существует такой вариант развития событий, что когда-нибудь выполнится p .



2. CTL и LTL

■ Разные выразительные возможности.

- Не существует LTL-формулы, эквивалентной CTL-формуле **AG(EFp)**

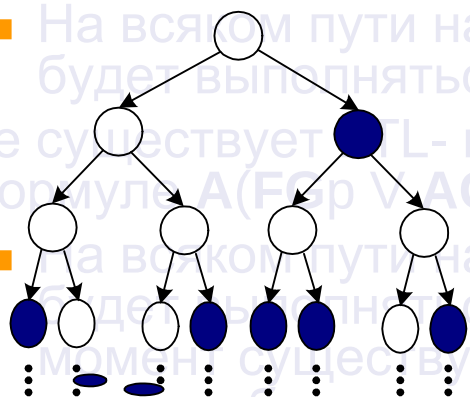
- На любом пути в любой момент существует такой вариант развития событий, что когда-нибудь выполнится p.

- Не существует CTL-формулы, эквивалентной LTL-формуле **A(FGp)**.

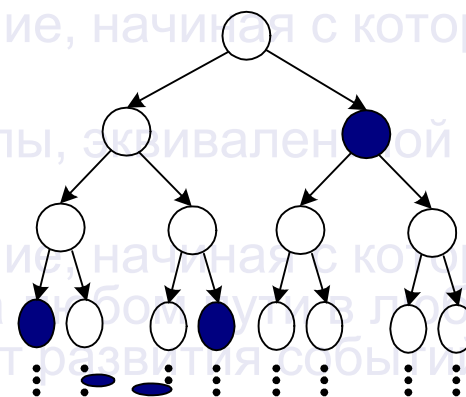
- На всяком пути найдется состояние, начиная с которого p будет выполняться всегда

- Не существует LTL- или CTL-формулы, эквивалентной CTL*-формуле **A(FGp ∨ AG(EFp))**

- На всяком пути найдется состояние, начиная с которого p будет выполняться всегда или на любом пути из любой момент существует такой вариант развития событий, что когда-нибудь выполнится p.



AG(EFp)



AG¬G¬p

$$\text{EFp} = \neg \text{A} \neg \text{Fp} = \neg \text{AG} \neg p$$

2. CTL и LTL

- Разные выразительные возможности.
 - Не существует CTL-формулы, эквивалентной LTL-формуле $A(FGp)$.
 - На всяком пути найдется состояние, начиная с которого p будет выполняться всегда
 - Не существует LTL-формулы, эквивалентной CTL-формуле $AG(EFp)$
 - На любом пути в любой момент существует такой вариант развития событий, что когда-нибудь выполнится p .
 - Не существует LTL- или CTL-формулы, эквивалентной CTL*-формуле $A(FGp \vee AG(EFp))$
 - На всяком пути найдется состояние, начиная с которого p будет выполняться всегда или на любом пути в любой момент существует такой вариант развития событий, что когда-нибудь выполнится p .

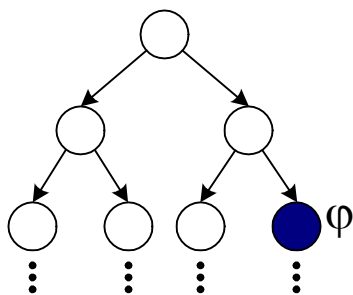
2. CTL и LTL

- Основные операторы CTL:
 - **AX** и **EX**
 - **AF** и **EF**
 - **AG** и **EG**
 - **AU** и **EU**
 - **AR** и **ER**
- Достаточно трех операторов EX, EG и EU:
 - $\mathbf{AX}\varphi \equiv \neg \mathbf{EX} \neg \varphi$
 - $\mathbf{EF}\varphi \equiv \mathbf{E}[\text{True } \mathbf{U} \varphi]$
 - $\mathbf{AG}\varphi \equiv \neg \mathbf{EF} \neg \varphi$
 - $\mathbf{AF}\varphi \equiv \neg \mathbf{EG} \neg \varphi$
 - $\mathbf{A}[\varphi \mathbf{U} \psi] \equiv \neg \mathbf{E}[\neg \psi \mathbf{U} (\neg \varphi \wedge \neg \psi)] \wedge \neg \mathbf{EG} \neg \psi$
 - $\mathbf{A}[\varphi \mathbf{R} \psi] \equiv \neg \mathbf{E}[\neg \varphi \mathbf{R} \neg \psi]$
 - $\mathbf{E}[\varphi \mathbf{R} \psi] \equiv \neg \mathbf{A}[\neg \varphi \mathbf{R} \neg \psi]$

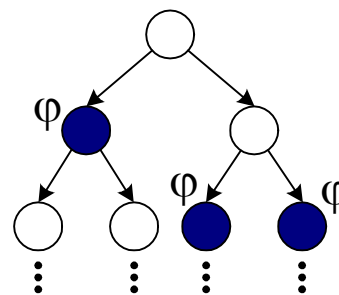
2. CTL и LTL

■ Семантика четырех часто встречающихся операторов.

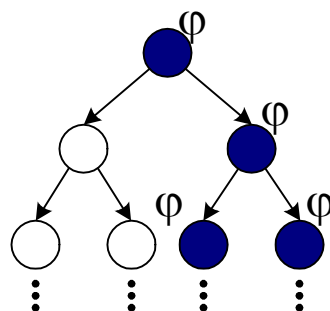
□ Дерево вычислений с корнем s_0



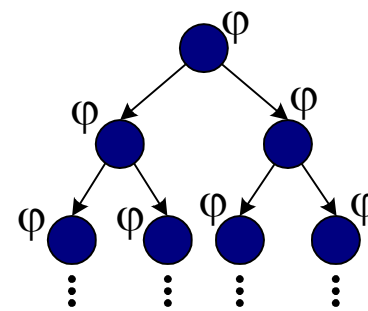
$$M, s_0 \models EF\varphi$$



$$M, s_0 \models AF\varphi$$



$$M, s_0 \models EG\varphi$$



$$M, s_0 \models AG\varphi$$

2. CTL и LTL

Типичные CTL-формулы

- **EF** ($\text{Start} \wedge \neg \text{Ready}$)
 - можно достичь такого состояния, в котором условие Start выполняется, а Ready — нет
- **AG** ($\text{Req} \rightarrow \text{AF Ack}$)
 - если получен запрос, то он рано или поздно будет подтвержден
- **AG** (**AF** DeviceEnabled)
 - условие DeviceEnabled выполняется бесконечно часто на каждом пути вычисления
- **AG** (**EF** Restart)
 - из любого состояния достижимо состояние Restart.

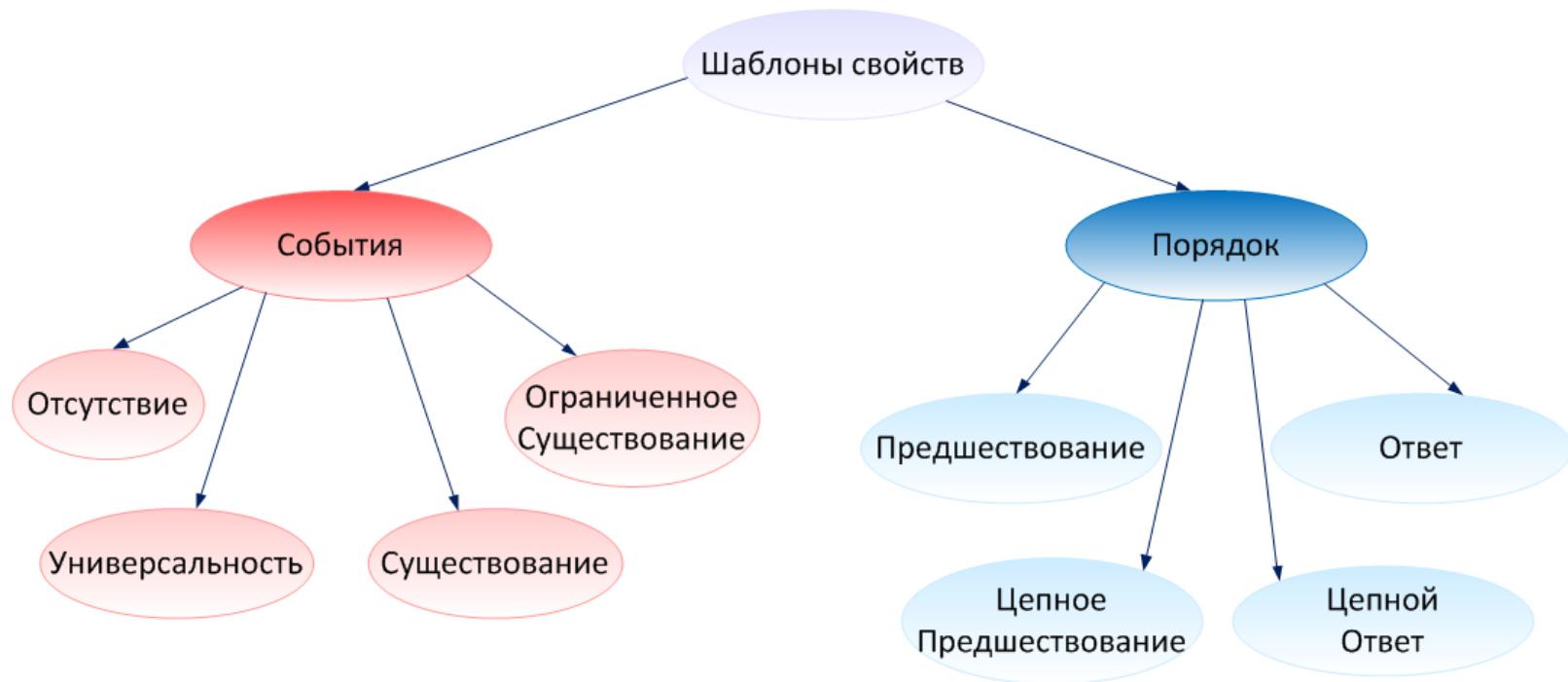
Задания

1. Записать высказывание естественного языка формулой темпоральной логики. Обосновать запись.
2. По шаблону требования придумать
 1. конкретное свойство системы
 2. построить систему, в которой оно выполняется
 3. доказать выполнимость, применяя алгоритм проверки моделей
3. Практическая верификация в системе SPIN
 1. Написать на языке PROMELA модель программы
 2. Определить 2-3 свойства
 3. Записать свойства в виде формул LTL/assert
 4. Выполнить верификацию в системе iSpin
 5. Модифицировать модель таким образом, чтобы одно из проверяемых свойств не выполнялось
 6. Проанализировать контр-пример и объяснить, почему не выполняется свойство.

Задания

1. Высказывание естественного языка
 - ☐ Если бы он немного подрос, - подумала она, - из него бы вышел весьма неприятный ребенок. А как поросенок он очень мил!
2. Шаблоны требований
 - ☐ Шаблон «Универсальность», область действия «Между», логика LTL
3. Практическая верификация в системе SPIN
 - ☐ Автомат выдачи напитков, Взаимное исключение с семафорами, Взаимное исключение Питерсона, Взаимное исключение Пнуели, Взаимное исключение со случайным арбитром, Система бронирования, Пересечение ЖД-путей, Светофор, Обедаящие философы, Коммуникационный протокол, Модель лифта, Выборы лидера Питерсона, Волк, коза и капуста, Кодовый замок, Производитель-потребитель

2. CTL и LTL: шаблоны свойств



2. CTL и LTL: шаблоны свойств

- Свойство p , свойство r , свойство q

- Постоянно



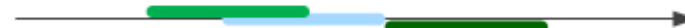
- Перед r



- После q



- Между q и r



- После q , пока не r .



2. CTL и LTL: шаблоны свойств

Универсальность в LTL:

свойство p выполняется

■ Постоянно: $\mathbf{G} p$



■ Перед r : $\mathbf{F} r \rightarrow p \mathbf{U} r$



■ После q : $\mathbf{G} (q \rightarrow \mathbf{G} p)$



■ Между q и r : $\mathbf{G} (q \wedge \neg r \wedge \mathbf{F} r \rightarrow p \mathbf{U} r)$



■ После q , пока не r : $\mathbf{G} (q \wedge \neg r \rightarrow p \mathbf{W} r)$



2. CTL и LTL: шаблоны свойств

Отсутствие в LTL:

свойство p не выполняется

■ *Постоянно:* $G \neg p$



■ *Перед r :* $F r \rightarrow \neg p U r$



■ *После q :* $G(q \rightarrow G \neg p)$



■ *Между q и r :* $G(q \wedge \neg r \wedge F r \rightarrow \neg p U r)$



■ *После q , пока не r :* $G(q \wedge \neg r \rightarrow \neg p W r)$



2. CTL и LTL: шаблоны свойств

Существование в LTL:

свойство p станет выполняться

- Когда-нибудь: $F p$



- Перед r : $\neg r W (p \wedge \neg r)$



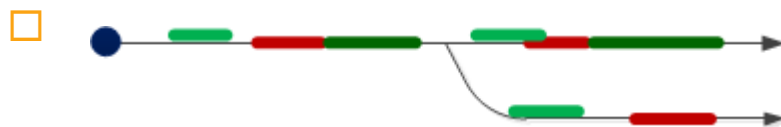
- После q : $G \neg q \vee F(q \wedge Fp)$



- Между q и r : $G(q \wedge \neg r \rightarrow \neg r W (p \wedge \neg r))$



- После q , пока не r : $G(q \wedge \neg r \rightarrow \neg r U (p \wedge \neg r))$



2. CTL и LTL: шаблоны свойств

Ограниченное существование в LTL:

свойство p иногда выполняется, а иногда не выполняется.

- *Постоянно:* $(\neg p \text{ W } (p \text{ W } (\neg p \text{ W } (p \text{ W } \mathbf{G}\neg p))))$



- *Перед r :* $\mathbf{F}r \rightarrow ((\neg p \wedge \neg r) \mathbf{U} (r \vee ((p \wedge \neg r) \mathbf{U} (r \vee ((\neg p \wedge \neg r) \mathbf{U} (r \vee ((p \wedge \neg r) \mathbf{U} (r \vee (\neg p \mathbf{U} r))))))))))$



- *После q :* $\mathbf{F}q \rightarrow (\neg q \mathbf{U} (q \wedge (\neg p \text{ W } (p \text{ W } (\neg p \text{ W } (p \text{ W } \mathbf{G}\neg p))))))$



2. CTL и LTL: шаблоны свойств

Ограниченное существование в LTL:

свойство p иногда выполняется, а иногда не выполняется.

- Между q и r : $\mathbf{G}((q \wedge \mathbf{Fr}) \rightarrow ((\neg p \wedge \neg r) \mathbf{U} (r \vee ((p \wedge \neg r) \mathbf{U} (r \vee ((\neg p \wedge \neg r) \mathbf{U} (r \vee ((p \wedge \neg r) \mathbf{U} (r \vee (\neg p \vee r))))))))))$



- После q , пока не r : $\mathbf{G}(q \rightarrow ((\neg p \wedge \neg r) \mathbf{U} (r \vee ((p \wedge \neg r) \mathbf{U} (r \vee ((\neg p \wedge \neg r) \mathbf{U} (r \vee ((p \wedge \neg r) \mathbf{U} (r \vee (\neg p \vee r))))))))))$

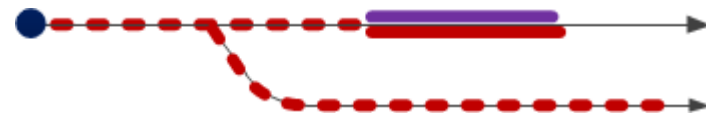


2. CTL и LTL: шаблоны свойств

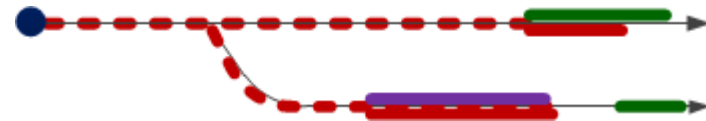
Предшествование в LTL:

свойство **s** выполняется перед свойством **p**

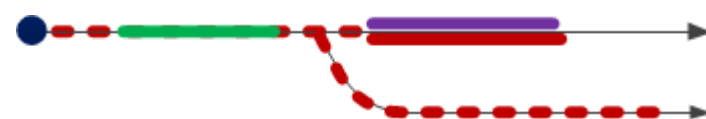
- *Постоянно:* $\neg p W s$



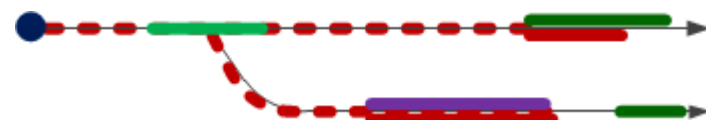
- *Перед r:* $F r \rightarrow (\neg p U (s \vee r))$



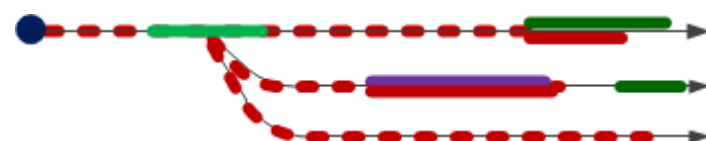
- *После q:* $G \neg q \vee F(q \wedge (\neg p W s))$



- *Между q и r:* $G((q \wedge \neg r \wedge F r) \rightarrow (\neg p U (s \vee r)))$



- *После q, пока не r:* $G(q \wedge \neg r \rightarrow (\neg p W (s \vee r)))$



2. CTL и LTL: шаблоны свойств

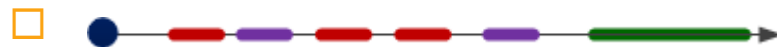
Ответ в LTL:

свойство s является реакцией на выполнение свойства p

- *Постоянно:* $G(p \rightarrow Fs)$



- *Перед r :* $Fr \rightarrow (p \rightarrow (\neg r \mathbf{U} (s \wedge \neg r))) \mathbf{U} r$



- *После q :* $G(q \rightarrow G(p \rightarrow Fs))$



- *Между q и r :* $G((q \wedge \neg r \wedge Fr) \rightarrow (p \rightarrow (\neg r \mathbf{U} (s \wedge \neg r)))) \mathbf{U} r$



- *После q , пока не r :* $G(q \wedge \neg r \rightarrow ((p \rightarrow (\neg r \mathbf{U} (s \wedge \neg r)))) \mathbf{W} r)$



2. CTL и LTL: шаблоны свойств

Цепное предшествование 1-2 в LTL:

свойство **p** выполняется перед свойствами **s** и **t**

- **Постоянно:** $F(s \wedge XF t) \rightarrow (\neg s U p)$



- **Перед r:** $Fr \rightarrow ((\neg(s \wedge \neg r \wedge X(\neg r U (t \wedge \neg r)))) U (r \vee p))$



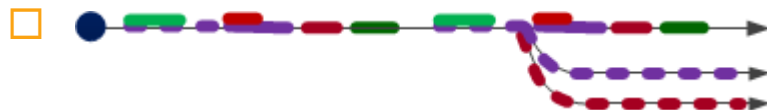
- **После q:** $G\neg q \vee (\neg q U (q \wedge ((F(s \wedge XF t)) \rightarrow (\neg s U p)))$



- **Между q и r:** $G((q \wedge Fr) \rightarrow ((\neg(s \wedge \neg r \wedge X(\neg r U (t \wedge \neg r)))) U (r \vee p)))$



- **После q, пока не r:** $G(q \rightarrow (\neg(s \wedge \neg r \wedge X(\neg r U (t \wedge \neg r)))) U (r \vee p) \vee G(\neg(s \wedge XF t)))$



2. CTL и LTL: шаблоны свойств

Цепное предшествование 2-1 в LTL:

свойства s и t выполняются перед свойством p

- *Постоянно:* $Fp \rightarrow (\neg p \mathbf{U} (s \wedge \neg p \wedge \mathbf{X}(\neg p \mathbf{U} t)))$



- *Перед r :* $Fr \rightarrow (\neg p \mathbf{U} (r \vee (s \wedge \neg p \wedge \mathbf{X}(\neg p \mathbf{U} t))))$



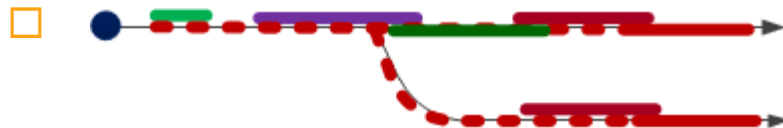
- *После q :* $\mathbf{G}\neg q \vee (\neg q \mathbf{U} (q \wedge Fp \rightarrow (\neg p \mathbf{U} (s \wedge \neg p \wedge \mathbf{X}(\neg p \mathbf{U} t)))))$



- *Между q и r :* $\mathbf{G}((q \wedge Fr) \rightarrow (\neg p \mathbf{U} (r \vee (s \wedge \neg p \wedge \mathbf{X}(\neg p \mathbf{U} t)))))$



- *После q , пока не r :* $\mathbf{G}(q \rightarrow (Fp \rightarrow (\neg p \mathbf{U} (r \vee (s \wedge \neg p \wedge \mathbf{X}(\neg p \mathbf{U} t)))))$



2. CTL и LTL: шаблоны свойств

Цепной ответ 1-2 в LTL:

свойства s , потом t являются реакцией на свойство p

■ *Постоянно:*

$$\square G(p \rightarrow F(s \wedge XFt))$$

■ *Перед r :*

$$\square FR \rightarrow (p \rightarrow (\neg r \mathbf{U} (s \wedge \neg r \wedge X(\neg r \mathbf{U} t)))) \mathbf{U} r$$

■ *После q :*

$$\square G(q \rightarrow G(p \rightarrow F(s \wedge XF t)))$$

■ *Между q и r :*

$$\square G((q \wedge Fr) \rightarrow (p \rightarrow (\neg r \mathbf{U} (s \wedge \neg r \wedge X(\neg r \mathbf{U} t)))) \mathbf{U} r)$$

■ *После q , пока не r :*

$$\square G(q \rightarrow (p \rightarrow (\neg r \mathbf{U} (s \wedge \neg r \wedge X(\neg r \mathbf{U} t)))) \mathbf{U} (r \vee G(p \rightarrow (s \wedge XF t))))$$

2. CTL и LTL: шаблоны свойств

Цепной ответ 2-1 в LTL:

свойство **p** является реакцией на свойства **s** и **t**

■ *Постоянно:*

$$\square \mathbf{G}(s \wedge \mathbf{XF} t \rightarrow \mathbf{X}(\mathbf{F}(t \wedge \mathbf{Fp})))$$

■ *Перед **r**:*

$$\square \mathbf{Fr} \rightarrow (s \wedge \mathbf{X}(\neg r \mathbf{U} t) \rightarrow \mathbf{X}(\neg r \mathbf{U} (t \wedge \mathbf{Fp}))) \mathbf{U} r$$

■ *После **q**:*

$$\square \mathbf{G}(q \rightarrow \mathbf{G}(s \wedge \mathbf{XF} t \rightarrow \mathbf{X}(\neg t \mathbf{U} (t \wedge \mathbf{Fp}))))$$

■ *Между **q** и **r**:*

$$\square \mathbf{G}((q \wedge \mathbf{Fr}) \rightarrow (s \wedge \mathbf{X}(\neg r \mathbf{U} t) \rightarrow \mathbf{X}(\neg r \mathbf{U} (t \wedge \mathbf{Fp}))) \mathbf{U} r)$$

■ *После **q**, пока не **r**:*

$$\square \mathbf{G}(q \rightarrow (s \wedge \mathbf{X}(\neg r \mathbf{U} t) \rightarrow \mathbf{X}(\neg r \mathbf{U} (t \wedge \mathbf{Fp}))) \mathbf{U} \\ (r \vee \mathbf{G}(s \wedge \mathbf{X}(\neg r \mathbf{U} t) \rightarrow \mathbf{X}(\neg r \mathbf{U} (t \wedge \mathbf{Fp}))))))$$

2. CTL и LTL: шаблоны свойств

Ограниченный цепной ответ 1-2 в LTL:

свойства s и t , при отсутствии z , являются реакцией на свойство p

■ Постоянно:

$$\square G(p \rightarrow F(s \wedge \neg z \wedge X(\neg z \mathbf{U} t)))$$

■ Перед r :

$$\square Fr \rightarrow (p \rightarrow (\neg r \mathbf{U} (s \wedge \neg r \wedge \neg z \wedge X((\neg r \wedge \neg z) \mathbf{U} t)))) \mathbf{U} r$$

■ После q :

$$\square G(q \rightarrow G(p \rightarrow (s \wedge \neg z \wedge X(\neg z \mathbf{U} t))))$$

■ Между q и r :

$$\square G((q \wedge Fr) \rightarrow (p \rightarrow (\neg r \mathbf{U} (s \wedge \neg r \wedge \neg z \wedge X((\neg r \wedge \neg z) \mathbf{U} t)))) \mathbf{U} r)$$

■ После q , пока не r :

$$\square G(q \rightarrow (p \rightarrow (\neg r \mathbf{U} (s \wedge \neg r \wedge \neg z \wedge X((\neg r \wedge \neg z) \mathbf{U} t)))) \mathbf{U} \\ (r \vee G(p \rightarrow (s \wedge \neg z \wedge X(\neg z \mathbf{U} t)))))$$

2. CTL и LTL: шаблоны свойств

Универсальность в CTL:

свойство **p** выполняется

- *Постоянно:* $\mathbf{AG} \ p$
- *Перед **r**:* $\mathbf{A}((p \vee \mathbf{AG} \neg r) \ \mathbf{W} \ r)$
- *После **q**:* $\mathbf{A}(q \rightarrow \mathbf{AG} p)$
- *Между **q** и **r**:* $\mathbf{AG}(q \wedge \neg r \rightarrow \mathbf{A}((p \vee \mathbf{AG} \neg r) \ \mathbf{W} \ r))$
- *После **q**, пока не **r**:* $\mathbf{AG}(q \wedge \neg r \rightarrow \mathbf{A}(p \ \mathbf{W} \ r))$

2. CTL и LTL: шаблоны свойств

Отсутствие в CTL:

свойство p не выполняется

- *Постоянно:* $\mathbf{AG}\neg p$
- *Перед r :* $\mathbf{A}((\neg p \vee \mathbf{AG}\neg r) \mathbf{W} r)$
- *После q :* $\mathbf{A}(q \rightarrow \mathbf{AG}\neg p)$
- *Между q и r :* $\mathbf{AG}(q \wedge \neg r \rightarrow \mathbf{A}((\neg p \vee \mathbf{AG}\neg r) \mathbf{W} r))$
- *После q , пока не r :* $\mathbf{AG}(q \wedge \neg r \rightarrow \mathbf{A}(\neg p \mathbf{W} r))$

2. CTL и LTL: шаблоны свойств

Существование в CTL:

свойство p станет выполняться

- В любом пути: $\mathbf{AF} p$
- Перед r : $\mathbf{A}(\neg r \mathbf{W} (p \wedge \neg r))$
- После q : $\mathbf{A}(\neg q \mathbf{W} (q \wedge \mathbf{AF} p))$
- Между q и r : $\mathbf{AG}(q \wedge \neg r \rightarrow \mathbf{A}(\neg r \mathbf{W} (p \wedge \neg r)))$
- После q , пока не r : $\mathbf{AG}(q \wedge \neg r \rightarrow \mathbf{A}(\neg r \mathbf{U} (p \wedge \neg r)))$

2. CTL и LTL: шаблоны свойств

Ограниченное существование в CTL:

свойство p иногда выполняется, а иногда не выполняется.

■ *Постоянно:*

$$\square \neg \mathbf{EF}(\neg p \wedge \mathbf{EX}(p \wedge \mathbf{EF}(\neg p \wedge \mathbf{EX}(p \wedge \mathbf{EF}(\neg p \wedge \mathbf{EX}p))))))$$

■ *Перед r :*

$$\square \neg \mathbf{E}[\neg r \mathbf{U} (\neg p \wedge \neg r \wedge \mathbf{EX}(p \wedge \mathbf{E}[\neg r \mathbf{U} (\neg p \wedge \neg r \wedge \mathbf{EX}(p \wedge \neg r))])))]$$

■ *После q :*

$$\square \neg \mathbf{E}[\neg q \mathbf{U}(q \wedge \mathbf{EF}(\neg p \wedge \mathbf{EX}(p \wedge \mathbf{EF}(\neg p \wedge \mathbf{EX}(p \wedge \mathbf{EF}(\neg p \wedge \mathbf{EX}p)))))))]$$

■ *Между q и r :*

$$\square \mathbf{AG}(q \rightarrow \neg \mathbf{E}[\neg r \mathbf{U} (\neg p \wedge \neg r \wedge \mathbf{EX}(p \wedge \mathbf{E}[\neg r \mathbf{U} (\neg p \wedge \neg r \wedge \mathbf{EX}(p \wedge \neg r \wedge \mathbf{E}Fr))))]))]$$

■ *После q , пока не r :*

$$\square \mathbf{AG}(q \rightarrow \neg \mathbf{E}[\neg r \mathbf{U} (\neg p \wedge \neg r \wedge \mathbf{EX}(p \wedge \mathbf{E}[\neg r \mathbf{U} (\neg p \wedge \neg r \wedge \mathbf{EX}(p \wedge \neg r \wedge \mathbf{E}Fr))))]))]$$

2. CTL и LTL: шаблоны свойств

Предшествование в CTL:

свойство **s** выполняется перед свойством **p**

- *Постоянно:* $A \neg p W s$
- *Перед **r**:* $A((\neg p \vee AG \neg r) W (s \vee r))$
- *После **q**:* $A(\neg q W (q \wedge A(\neg p W s)))$
- *Между **q** и **r**:* $AG(q \wedge \neg r \rightarrow A((\neg p \vee AG \neg r) W (s \vee r)))$
- *После **q**, пока не **r**:* $AG(q \wedge \neg r \rightarrow A(\neg p W (s \vee r)))$

2. CTL и LTL: шаблоны свойств

Ответ в CTL:

свойство s является реакцией на выполнение свойства p

■ *Постоянно:*

■ $\mathbf{AG}(p \rightarrow \mathbf{AF}s)$

■ *Перед r :*

■ $\mathbf{A}(((p \rightarrow \mathbf{A}(\neg r \mathbf{U} (s \wedge \neg r)))) \vee \mathbf{AG}\neg r) \mathbf{W} r)$

■ *После q :*

■ $\mathbf{A}(\neg q \mathbf{W} (q \wedge \mathbf{AG}(p \rightarrow \mathbf{AF}s)))$

■ *Между q и r :*

■ $\mathbf{AG}(q \wedge \neg r \rightarrow \mathbf{A}(((p \rightarrow \mathbf{A}(\neg r \mathbf{U} (s \wedge \neg r)))) \vee \mathbf{AG}\neg r) \mathbf{W} r))$

■ *После q , пока не r :*

■ $\mathbf{AG}(q \wedge \neg r \rightarrow \mathbf{A}((p \rightarrow \mathbf{A}(\neg r \mathbf{U} (s \wedge \neg r))) \mathbf{W} r])$

2. CTL и LTL: шаблоны свойств

Цепное предшествование 1-2 в CTL:

свойство **p** выполняется перед свойствами **s** и **t**

■ *Постоянно:*

$$\square \neg \mathbf{E}(\neg p \mathbf{U} (s \wedge \neg p \wedge \mathbf{EXEFT}))$$

■ *Перед r:*

$$\square \neg \mathbf{E}((\neg p \wedge \neg r) \mathbf{U} (s \wedge \neg p \wedge \neg r \wedge \mathbf{EXE}(\neg r \mathbf{U} (t \wedge \neg r))))$$

■ *После q:*

$$\square \neg \mathbf{E}(\neg q \mathbf{U} (q \wedge \mathbf{E}(\neg p \mathbf{U} (s \wedge \neg p \wedge \mathbf{EXEFT}))))$$

■ *Между q и r:*

$$\square \mathbf{AG}(q \rightarrow \neg \mathbf{E}((\neg p \wedge \neg r) \mathbf{U} (s \wedge \neg p \wedge \neg r \wedge \mathbf{EXE}(\neg r \mathbf{U} (t \wedge \neg r \wedge \mathbf{EFr}))))))$$

■ *После q, пока не r:*

$$\square \mathbf{AG}(q \rightarrow \neg \mathbf{E}((\neg p \wedge \neg r) \mathbf{U} (s \wedge \neg p \wedge \neg r \wedge \mathbf{EXE}(\neg r \mathbf{U} (t \wedge \neg r))))))$$

2. CTL и LTL: шаблоны свойств

Цепное предшествование 2-1 в CTL:

свойства s и t выполняются перед свойством p

■ Постоянно:

$$\square \neg E(\neg s \mathbf{U} p) \wedge \neg E[\neg p \mathbf{U} (s \wedge \neg p \wedge EX(E[\neg t \mathbf{U} (p \wedge \neg t)])))]$$

■ Перед r :

$$\square \neg E((\neg s \wedge \neg r) \mathbf{U} (p \wedge \neg r)) \wedge \neg E((\neg p \wedge \neg r) \mathbf{U} (s \wedge \neg p \wedge \neg r \wedge EX(E((\neg t \wedge \neg r) \mathbf{U} (p \wedge \neg t \wedge \neg r)))))$$

■ После q :

$$\square \neg E(\neg q \mathbf{U} (q \wedge E(\neg s \mathbf{U} p) \wedge E(\neg p \mathbf{U} (s \wedge \neg p \wedge EX(E(\neg t \mathbf{U} (p \wedge \neg t)))))))$$

■ Между q и r :

$$\square \mathbf{AG}(q \rightarrow \neg E((\neg s \wedge \neg r) \mathbf{U} (p \wedge \neg r \wedge EFr)) \wedge \neg E((\neg p \wedge \neg r) \mathbf{U} (s \wedge \neg p \wedge \neg r \wedge EX(E((\neg t \wedge \neg r) \mathbf{U} (p \wedge \neg t \wedge \neg r \wedge EFr)))))$$

■ После q , пока не r :

$$\square \mathbf{AG}(q \rightarrow \neg E((\neg s \wedge \neg r) \mathbf{U} (p \wedge \neg r)) \wedge \neg E((\neg p \wedge \neg r) \mathbf{U} (s \wedge \neg p \wedge \neg r \wedge EX(E((\neg t \wedge \neg r) \mathbf{U} (p \wedge \neg t \wedge \neg r)))))$$

2. CTL и LTL: шаблоны свойств

Цепной ответ 1-2 в CTL:

свойства s и t являются реакцией на свойство p

■ *Постоянно:*

$$\square \mathbf{AG}(p \rightarrow \mathbf{AF}(s \wedge \mathbf{AX}(\mathbf{AF}t)))$$

■ *Перед r :*

$$\square \neg \mathbf{E}(\neg r \mathbf{U} (p \wedge \neg r \wedge (\mathbf{E}(\neg s \mathbf{U} r) \vee \mathbf{E}(\neg r \mathbf{U} (s \wedge \neg r \wedge \mathbf{EXE}(\neg t \mathbf{U} r))))))$$

■ *После q :*

$$\square \neg \mathbf{E}(\neg q \mathbf{U} (q \wedge \mathbf{EF}(p \wedge (\mathbf{EG} \neg s \vee \mathbf{EF}(s \wedge \mathbf{EX}(\mathbf{EG}(\neg t)))))))$$

■ *Между q и r :*

$$\square \mathbf{AG}(q \rightarrow \neg \mathbf{E}(\neg r \mathbf{U} (p \wedge \neg r \wedge (\mathbf{E}(\neg s \mathbf{U} r) \vee \mathbf{E}(\neg r \mathbf{U} (s \wedge \neg r \wedge \mathbf{EX}(\mathbf{E}(\neg t \mathbf{U} r))))))))$$

■ *После q , пока не r :*

$$\square \mathbf{AG}(q \rightarrow \neg \mathbf{E}[\neg r \mathbf{U} (p \wedge \neg r \wedge (\mathbf{E}(\neg s \mathbf{U} r) \vee \mathbf{EG}(\neg s \wedge \neg r) \vee \mathbf{E}(\neg r \mathbf{U} (s \wedge \neg r \wedge \mathbf{EX}(\mathbf{E}[\neg t \mathbf{U} r] \vee \mathbf{EG}(\neg t \wedge \neg r))))))])$$

2. CTL и LTL: шаблоны свойств

Цепной ответ 2-1 в CTL:

свойство **p** является реакцией на свойства **s** и **t**

■ *Постоянно:*

$$\square \neg E(\neg s \mathbf{U} p) \wedge \neg E[\neg p \mathbf{U} (s \wedge \neg p \wedge EX(E[\neg t \mathbf{U} (p \wedge \neg t)])))]$$

■ *Перед r:*

$$\square \neg E((\neg s \wedge \neg r) \mathbf{U} (p \wedge \neg r)) \wedge \neg E((\neg p \wedge \neg r) \mathbf{U} (s \wedge \neg p \wedge \neg r \wedge EX(E((\neg t \wedge \neg r) \mathbf{U} (p \wedge \neg t \wedge \neg r)))))$$

■ *После q:*

$$\square \neg E(\neg q \mathbf{U} (q \wedge E(\neg s \mathbf{U} p) \wedge E(\neg p \mathbf{U} (s \wedge \neg p \wedge EXE(\neg t \mathbf{U} (p \wedge \neg t)))])))$$

■ *Между q и r:*

$$\square \mathbf{AG}(q \rightarrow \neg E((\neg s \wedge \neg r) \mathbf{U} (p \wedge \neg r \wedge \mathbf{EF}r)) \wedge \neg E((\neg p \wedge \neg r) \mathbf{U} (s \wedge \neg p \wedge \neg r \wedge EX(E((\neg t \wedge \neg r) \mathbf{U} (p \wedge \neg t \wedge \neg r \wedge \mathbf{EF}r)))])))$$

■ *После q, пока не r:*

$$\square \mathbf{AG}(q \rightarrow \neg E((\neg s \wedge \neg r) \mathbf{U} (p \wedge \neg r)) \wedge \neg E((\neg p \wedge \neg r) \mathbf{U} (s \wedge \neg p \wedge \neg r \wedge EX(E((\neg t \wedge \neg r) \mathbf{U} (p \wedge \neg t \wedge \neg r)))])))$$

2. CTL и LTL: шаблоны свойств

Ограниченный цепной ответ 1-2 в CTL:

свойства s и t , при отсутствии z , являются реакцией на свойство p

■ *Постоянно:*

$$\blacksquare \mathbf{AG}(p \rightarrow \mathbf{AF}(s \wedge \neg z \wedge \mathbf{AXA}(\neg z \mathbf{U} t)))$$

■ *Перед r :*

$$\blacksquare \neg \mathbf{E}(\neg r \mathbf{U} (p \wedge \neg r \wedge (\mathbf{E}(\neg s \mathbf{U} r) \vee \mathbf{E}(\neg r \mathbf{U} (s \wedge \neg r \wedge (\mathbf{E}(\neg t \mathbf{U} z) \vee \mathbf{EXE} \neg t \mathbf{U} r))))))$$

■ *После q :*

$$\blacksquare \neg \mathbf{E}(\neg q \mathbf{U} (q \wedge \mathbf{EF}(p \wedge (\mathbf{EG} \neg s \vee \mathbf{EF}(s \wedge (\mathbf{E}(\neg t \mathbf{U} z) \vee \mathbf{EXEG} \neg t))))))$$

■ *Между q и r :*

$$\square \mathbf{AG}(q \rightarrow \neg \mathbf{E}(\neg r \mathbf{U} (p \wedge \neg r \wedge (\mathbf{E}(\neg s \mathbf{U} r) \vee \mathbf{E}(\neg r \mathbf{U} (s \wedge \neg r \wedge (\mathbf{E}(\neg t \mathbf{U} z) \vee \mathbf{EX}(\mathbf{E}(\neg t \mathbf{U} r))))))))))$$

■ *После q , пока не r :*

$$\square \mathbf{AG}(q \rightarrow \neg \mathbf{E}[\neg r \mathbf{U} (p \wedge \neg r \wedge (\mathbf{E}(\neg s \mathbf{U} r) \vee \mathbf{EG}(\neg s \wedge \neg r) \vee \mathbf{E}(\neg r \mathbf{U} (s \wedge \neg r \wedge (\mathbf{E}(\neg t \mathbf{U} z) \vee \mathbf{EX}(\mathbf{E}[\neg t \mathbf{U} r] \vee \mathbf{EG}(\neg t \wedge \neg r))))))))))$$