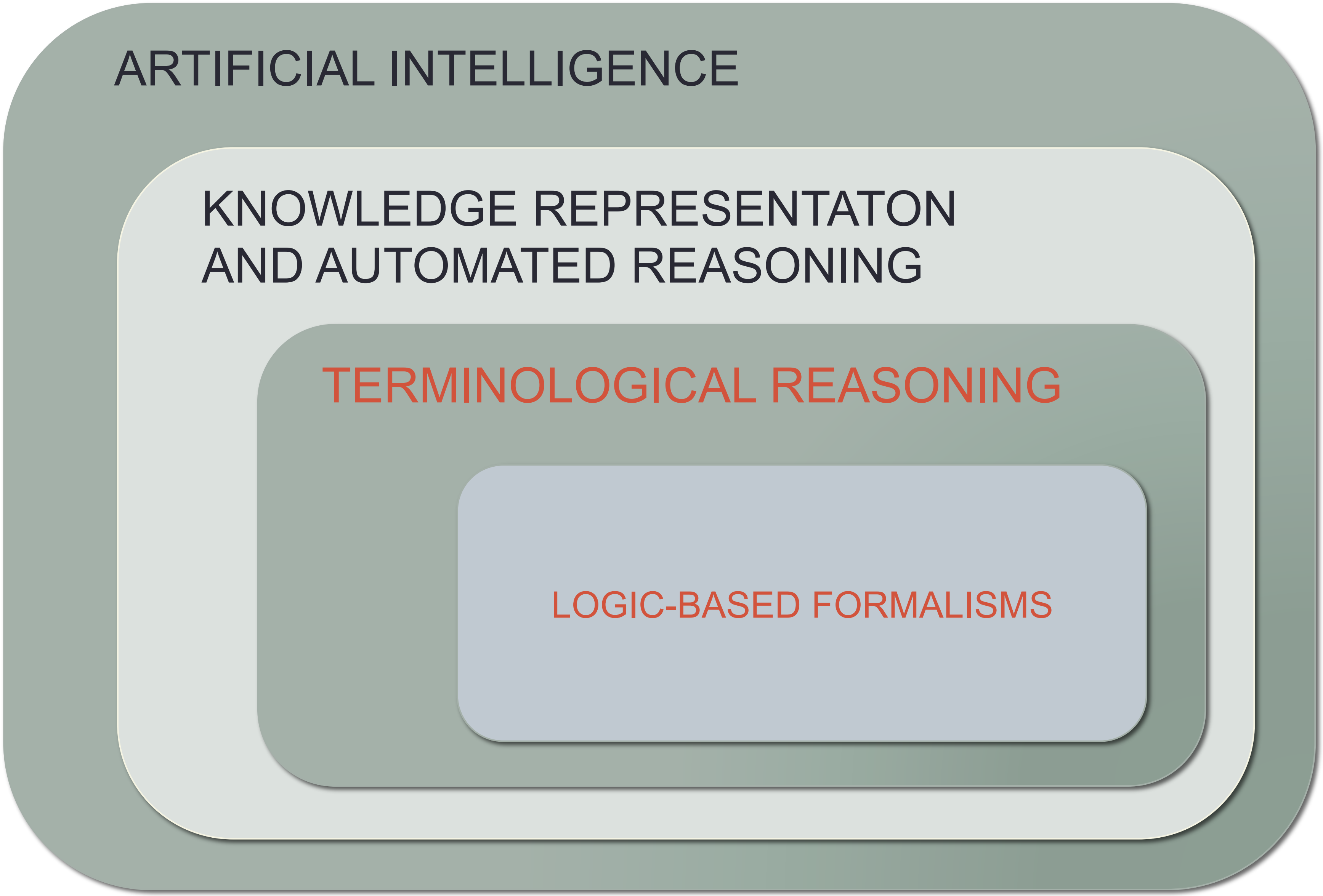
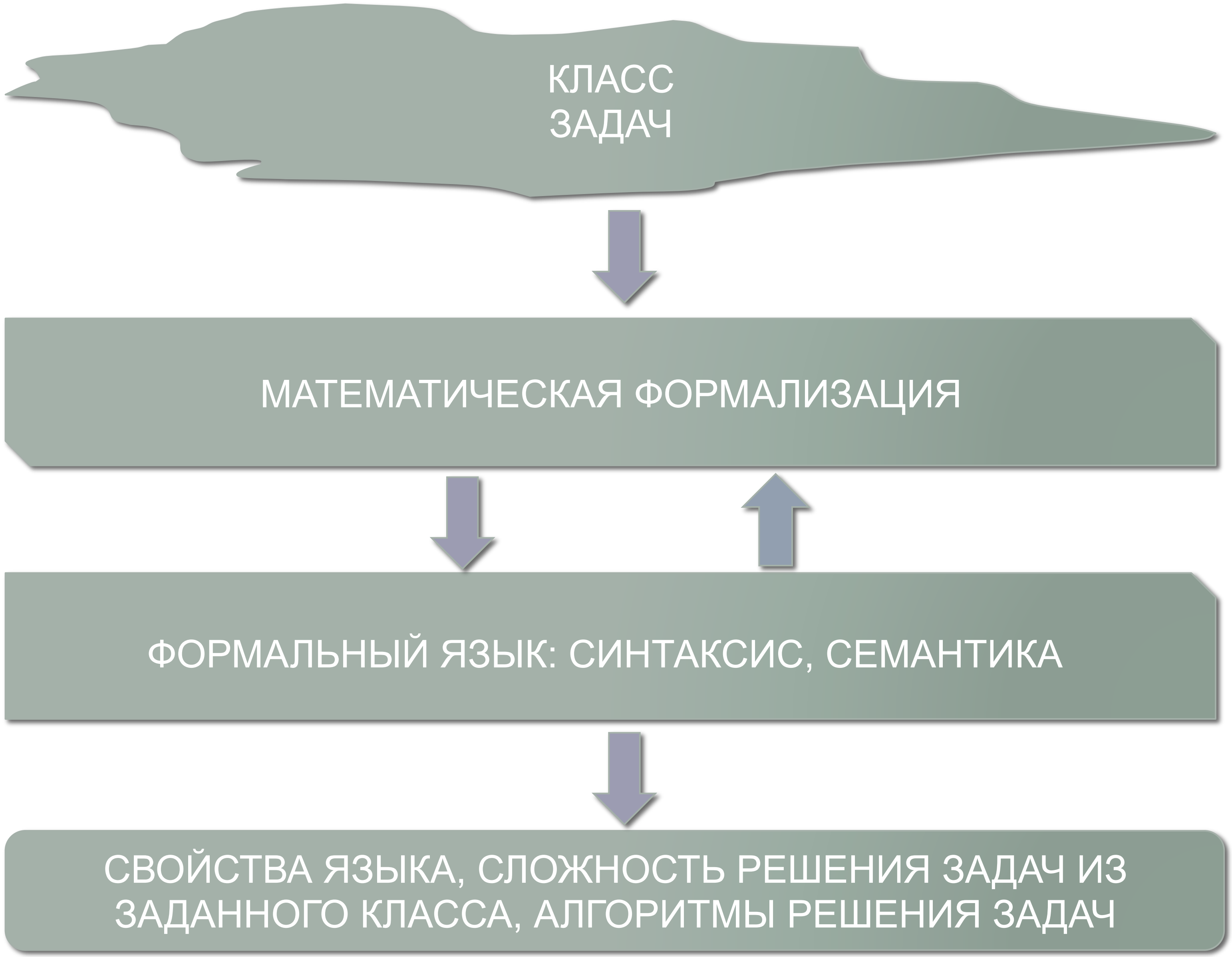
ФОРМАЛЬНЫЕ МЕТОДЫ В ПРОГРАММНОЙ ИНЖЕНЕРИИ

РАЗДЕЛ: МЕТОДЫ СПЕЦИФИКАЦИИ И АНАЛИЗА ТЕРМИНОЛОГИЧЕСКИХ СИСТЕМ

Денис Константинович Пономарев
к.ф.-м.н., с.н.с.

Институт систем информатики СО РАН
Международный математический центр
Лаборатория алгоритмики НГУ


ARTIFICIAL INTELLIGENCE
KNOWLEDGE REPRESENTATON
AND AUTOMATED REASONING
TERMINOLOGICAL REASONING
LOGIC-BASED FORMALISMS


КЛАСС ЗАДАЧ
МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ФОРМАЛИЗАЦИЯ
ФОРМАЛЬНЫЙ ЯЗЫК: СИНТАКСИС, СЕМАНТИКА
СВОЙСТВА ЯЗЫКА, СЛОЖНОСТЬ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ИЗ ЗАДАННОГО КЛАССА, АЛГОРИТМЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

Энзим – это Протеин, который *катализирует* Реакцию
Катализатор – это в точности то, что *катализирует* Процесс
Реакция – это Процесс, который *производит* Вещество

Верно ли тогда, что Энзим – это Катализатор?

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ФОРМАЛИЗАЦИЯ

ФОРМАЛЬНЫЙ ЯЗЫК: СИНТАКСИС, СЕМАНТИКА

СВОЙСТВА ЯЗЫКА, СЛОЖНОСТЬ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ИЗ ЗАДАННОГО КЛАССА, АЛГОРИТМЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

Применение формализованных терминологических систем

- Некоторые своды и классификаторы терминов являются стандартом на государственном или высшем профессиональном уровне, например:
  - Общероссийский Классификатор Видов Экономической Деятельности (ОКВЭД)

- DM. Производство транспортных средств и оборудования
  - 35. Производство судов, летательных и космических аппаратов и прочих транспортных средств
    - 35.30 Производство летательных аппаратов, включая космические

      Не включает:
      - производство парашютов (см. 17.40)
      - производство деталей систем зажигания и прочих электрических частей двигателей внутреннего сгорания (см. 31.61)

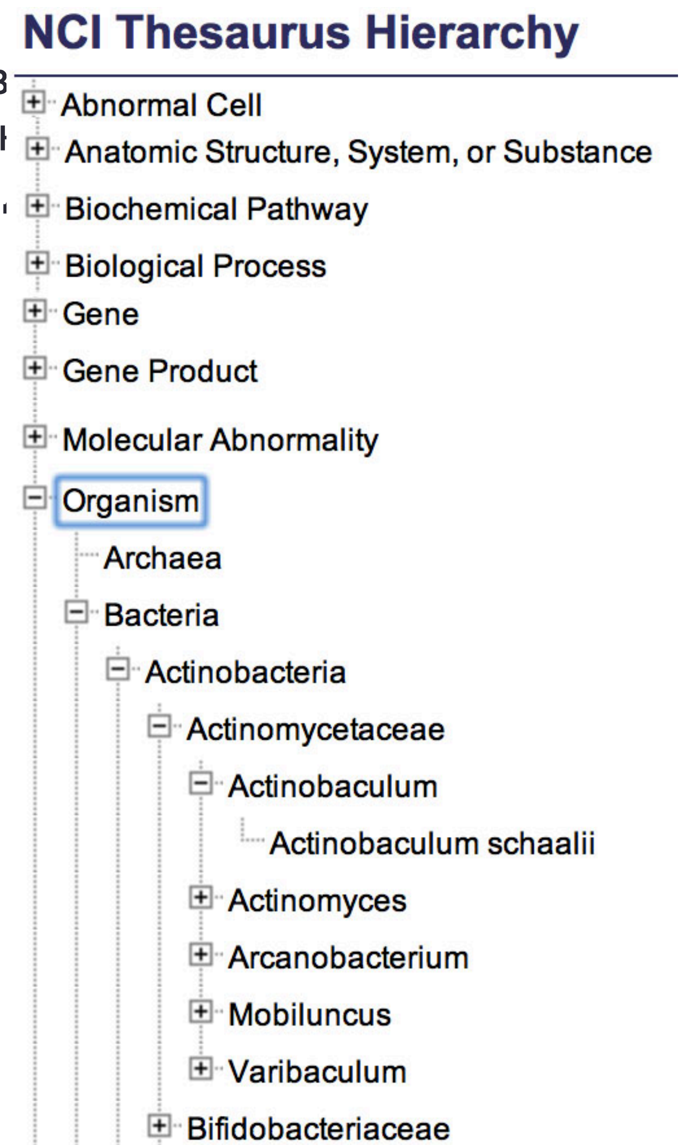
Применение формализованных терминологических систем

- Некоторые своды и классификаторы терминов являются стандартом на государственном или высшем профессиональном уровне, например:
  - Общероссийский Классификатор Видов Экономической Деятельности (ОКВЭД)
  - Международная Классификация Болезней (МКБ-10)

- Болезни нервной системы
  - Воспалительные болезни центральной нервной ситемы
    - Энцефалит

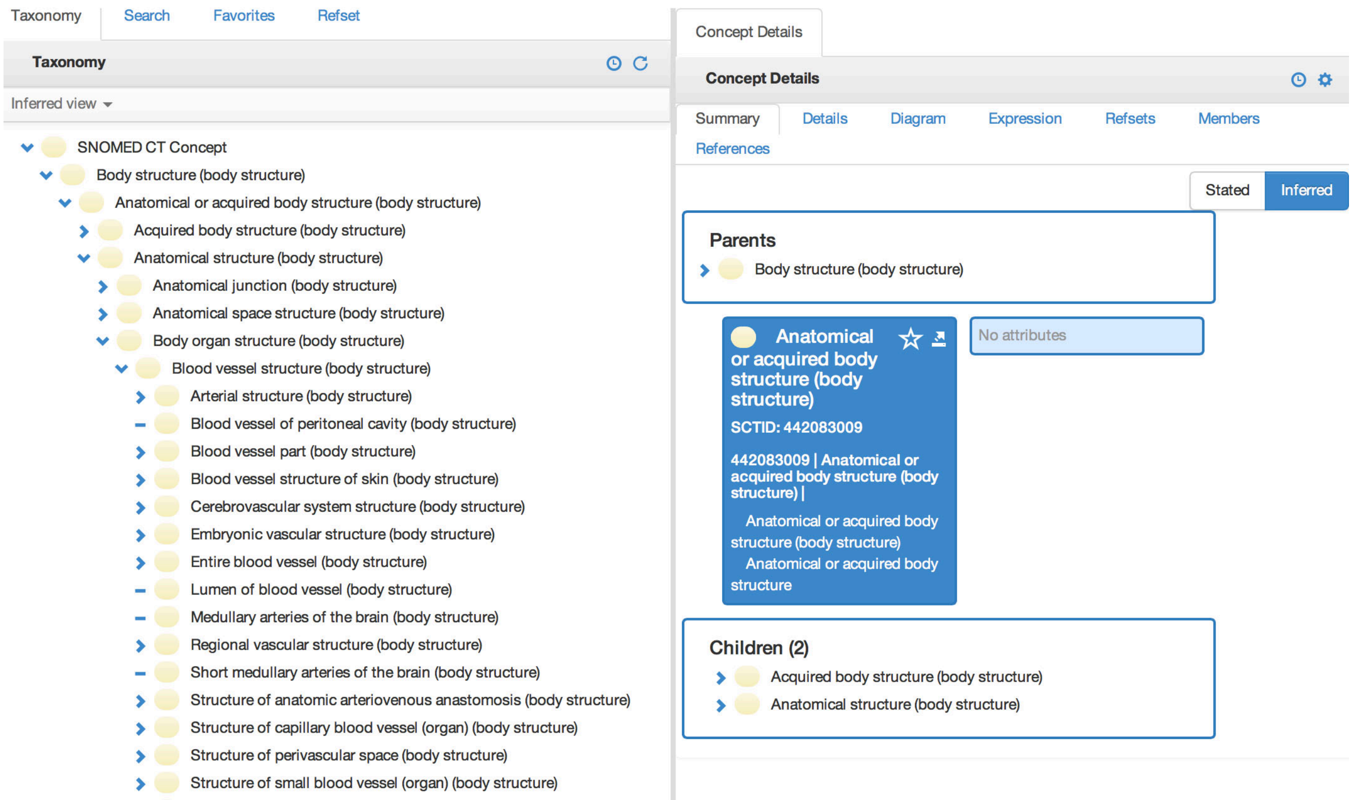
Применение формализованных терминологических систем

- Некоторые своды и классификаторы терминов
государственном или высшем профессиональн
  - Общероссийский Классификатор Видов Экономической
  - Международная Классификация Болезней (МКБ-10)
  - NCIThesaurus (National Cancer Institute, USA)

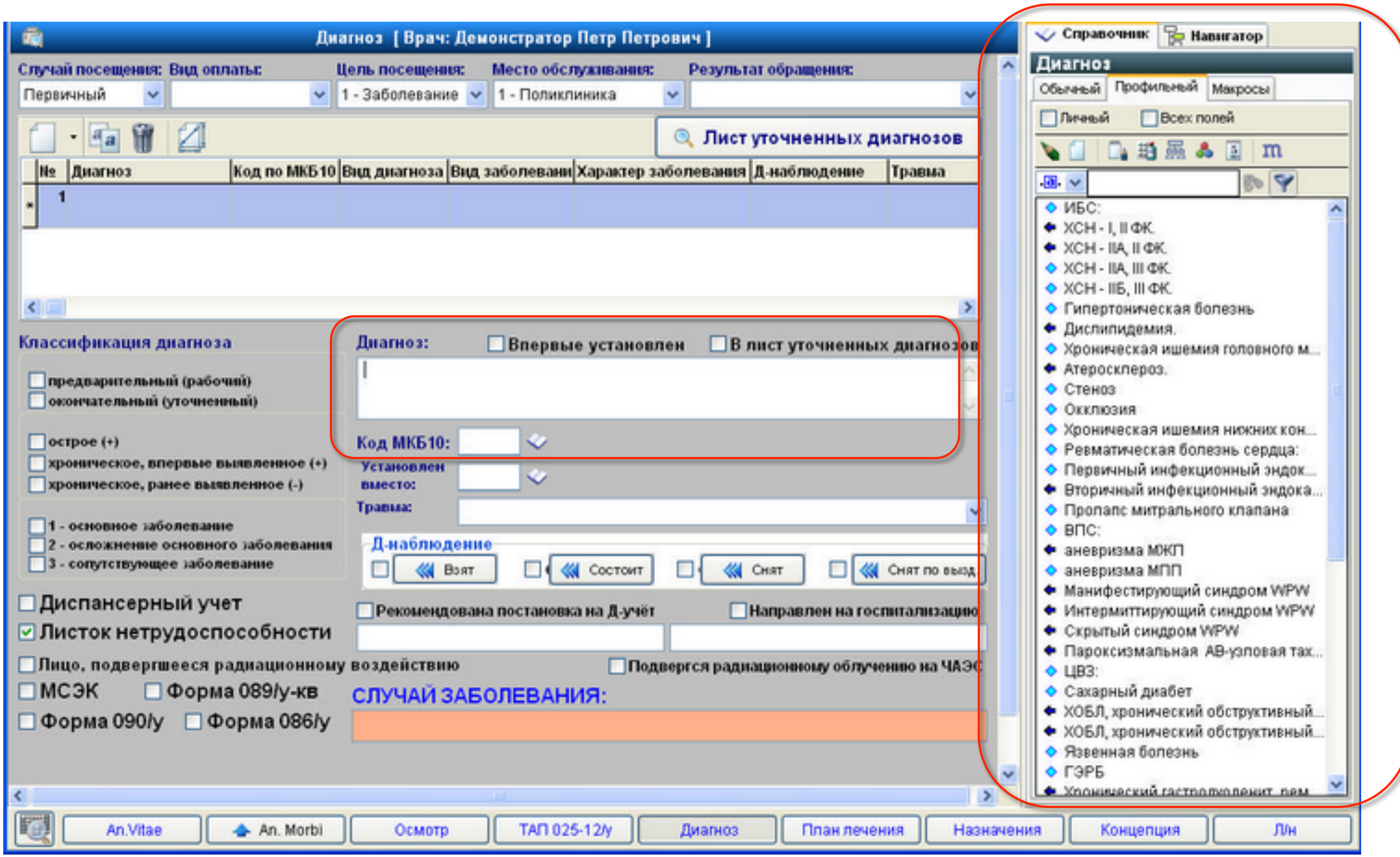


Применение формализованных терминологических систем

- Некоторые своды и классификаторы терминов являются стандартом на государственном или высшем профессиональном уровне, например:
  - Общероссийский Классификатор Видов Экономической Деятельности (ОКВЭД)
  - Международная Классификация Болезней (МКБ-10)
  - NCIThesaurus (National Cancer Institute, USA)
  - SNOMED CT (Systematized Nomenclature of Medicine-Clinical Terms



Аннотирования мед. записей с помощью терминологии



Применение формализованных терминологических систем

- Некоторые своды и классификаторы терминов являются стандартом на государственном или высшем профессиональном уровне, например:
  - Общероссийский Классификатор Видов Экономической Деятельности (ОКВЭД)
  - Международная Классификация Болезней (МКБ-10)
  - NCIThesaurus (National Cancer Institute, USA)
  - SNOMED CT (Systematized Nomenclature of Medicine-Clinical Terms

- Формализованные терминологии используются в рамках информационных систем для поддержки пользователей в формулировании запросов к базам данных, аннотирования текстов, автоматизированного семантического анализа информации, в том числе, текстов

Терминологич. система	**БД**	**Запрос**	**Ответ**
Энзим – это Катализатор	Энзим *пепсин*	Катализатор -?	*пепсин*

- Отдельные терминологические системы создаются в режиме совместной разработки для узких приложений (например, http://sciencewise.info - проект исследователей из EPFL и CERN для поиска публикаций по физике)

Учет требований при разработке терминологических систем

Р 50.1.038-2002

РЕКОМЕНДАЦИИ ПО СТАНДАРТИЗАЦИИ

**СТАНДАРТИЗАЦИЯ ТЕРМИНОВ
И ОПРЕДЕЛЕНИЙ В ОБЛАСТИ
ОБОРОННОЙ ПРОДУКЦИИ**

ОБЩИЕ ПОЛОЖЕНИЯ

**ГОССТАНДАРТ РОССИИ
Москва**

Предисловие

1 РАЗРАБОТАНЫ Всероссийским научно-исследовательским институтом стандартизации (ВНИИСТАНДАРТ) Госстандарта России, 46 Центральным научно-исследовательским институтом Министерства обороны Российской Федерации (46 ЦНИИ МО РФ) и Федеральным государственным унитарным предприятием «Центральный научно-исследовательский институт «Комплекс» (ФГУП ЦНИИ «Комплекс»)

2 ПРИНЯТЫ И ВВЕДЕНЫ В ДЕЙСТВИЕ Постановлением Госстандарта России от 1 апреля 2002 г. № 118-ст

Учет требований при разработке терминологических систем

Р 50.1.038-2002

РЕКОМЕНДАЦИИ ПО СТАНДАРТИЗАЦИИ

СТАНДАРТИЗАЦИЯ ТЕРМИНОВ И ОПРЕДЕЛЕНИЙ В ОБЛАСТИ ОБОРОННОЙ ПРОДУКЦИИ

ОБЩИЕ ПОЛОЖЕНИЯ

ГОССТАНДАРТ РОССИИ
Москва

8 Общие требования к стандартам на термины и определения в области ОП

8.6 Основные требования к определению

8.6.5 В определении не должно быть «порочного круга», т.е. одно понятие не должно определяться с помощью другого понятия, которое, в свою очередь, определяется через первое.

8.6.6 Определение не должно быть тавтологичным, т.е. повторять признаки, содержащиеся в термине.

8.6.7 Определение положительного понятия не должно иметь отрицательную форму.

Формализмы для описания терминологических систем

1956-1960's -- Semantic Networks

1976 -- Conceptual Graphs

1979 -- язык KL-ONE

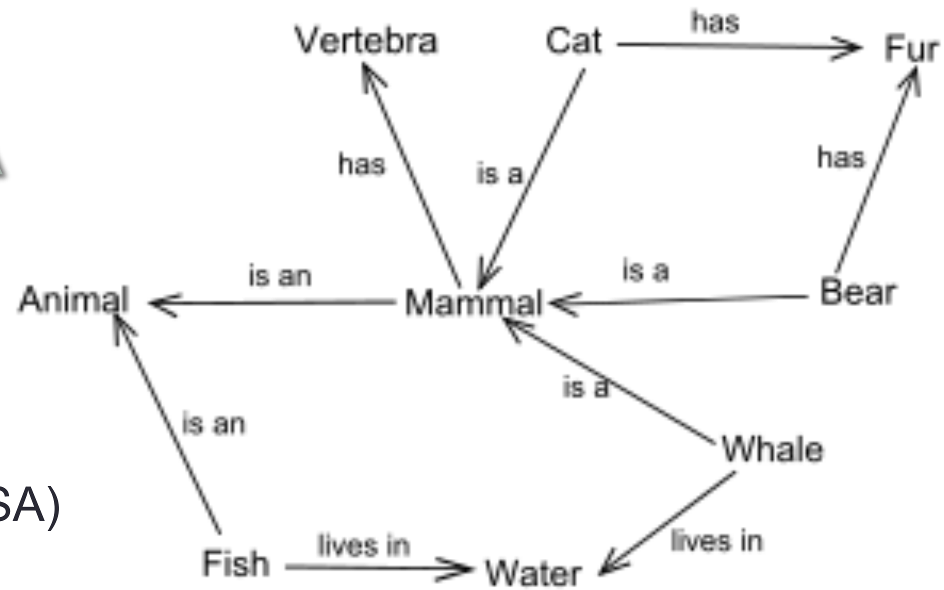
1987 -- язык LOOM (by DARPA, USA)

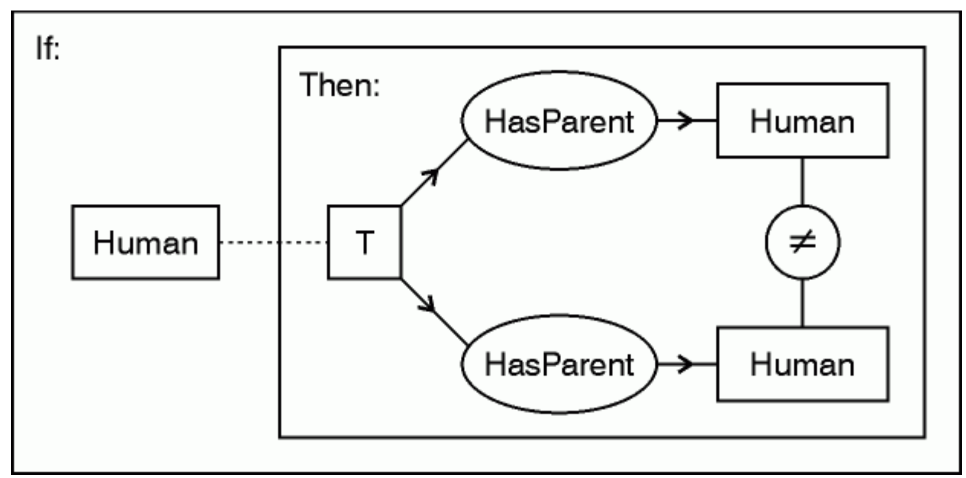
1992 -- язык KIF (DARPA)

2001 -- язык OIL (DARPA)

2004 -- язык OWL (W3C)
Web Ontology Language

2012 -- язык OWL 2 (W3C)





Источники изображений https://en.wikipedia.org http://users.bestweb.net/~sowa/

«Терминология»

используем следующие понятия как синонимы

Терминологическая система = Онтология

Теоретико-модельная семантика терминологий

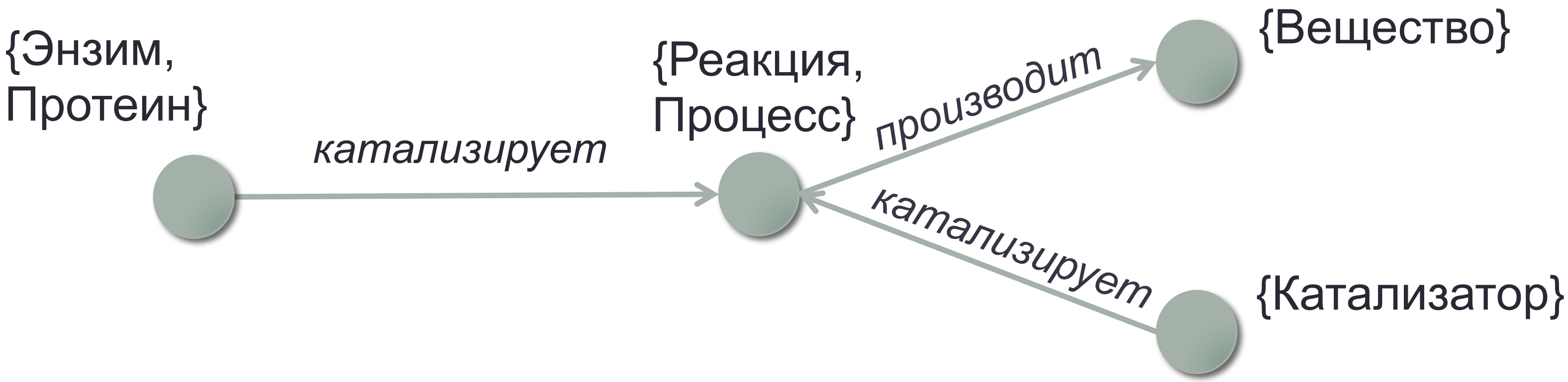
Энзим – это Протеин, который *катализирует* Реакцию
Катализатор – это в точности то, что *катализирует* Процесс
Реакция – это Процесс, который *производит* Вещество

Верно ли тогда, что Энзим – это Катализатор?

Теоретико-модельная семантика терминологий

Энзим – это Протеин, который *катализирует* Реакцию
Катализатор – это в точности то, что *катализирует* Процесс
Реакция – это Процесс, который *производит* Вещество

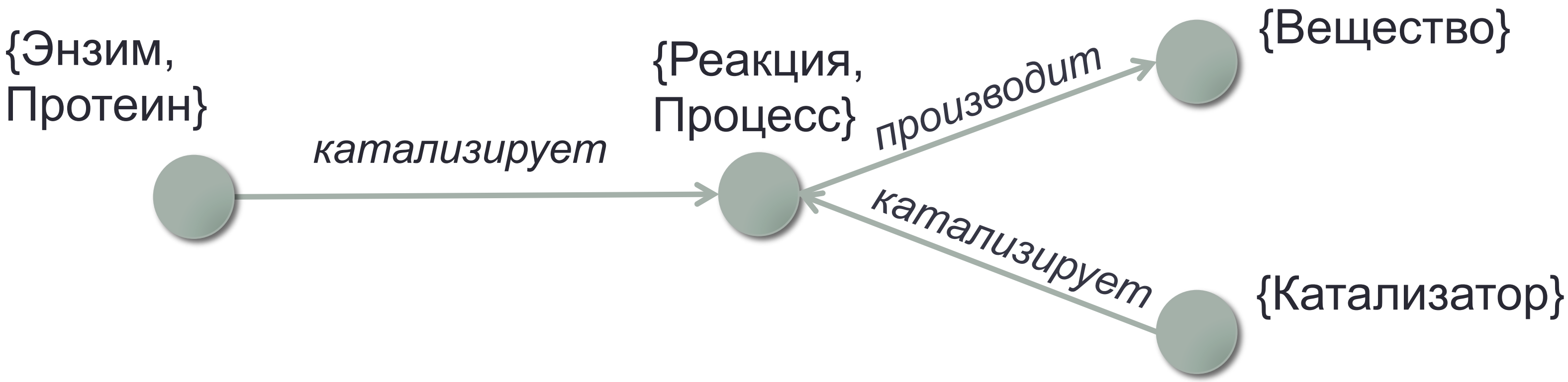
Верно ли тогда, что Энзим – это Катализатор?



Теоретико-модельная семантика терминологий

Энзим – это Протеин, который *катализирует* Реакцию
Катализатор – это в точности то, что *катализирует* Процесс
Реакция – это Процесс, который *производит* Вещество

Верно ли тогда, что Энзим – это Катализатор?

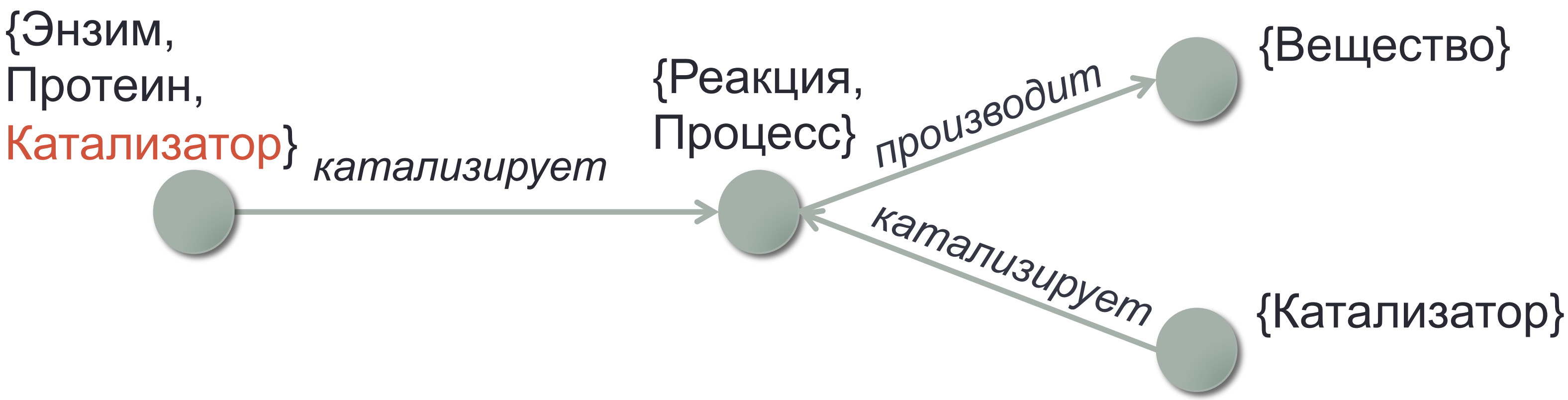


Понятия – унарные предикаты, *отношения* – двухместные предикаты
Терминология – множество формул, использующих предикаты
Интерпретация терминологии – ориентированный граф
Модель для терминологии – интерпретация, в которой истинно множество формул, представляющих терминологию

Теоретико-модельная семантика терминологий

Энзим – это Протеин, который *катализирует* Реакцию
Катализатор – это в точности то, что *катализирует* Процесс
Реакция – это Процесс, который *производит* Вещество

Верно ли тогда, что Энзим – это Катализатор?



Понятия – унарные предикаты, *отношения* – двухместные предикаты
Терминология – множество формул, использующих предикаты
Интерпретация терминологии – ориентированный граф
Модель для терминологии – интерпретация, в которой истинно множество формул, представляющих терминологию

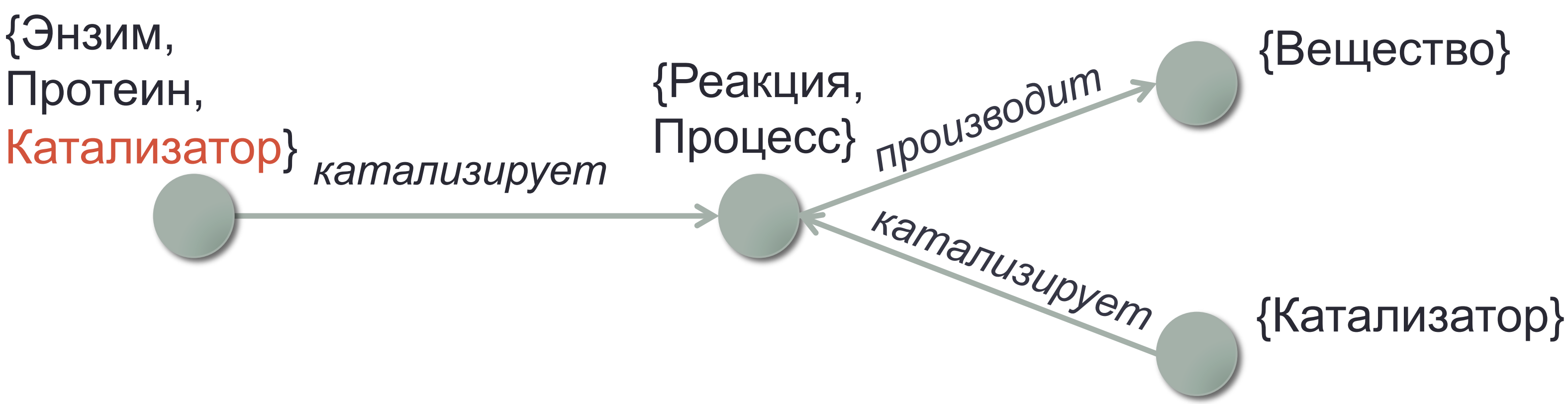
Теоретико-модельная семантика терминологий

$\textit{Энзим} \sqsubseteq \textit{Протеин} \sqcap \exists \textit{катализирует.Реакция}$

$\textit{Катализатор} \equiv \exists \textit{катализирует.Процесс}$

$\textit{Реакция} \sqsubseteq \textit{Процесс} \sqcap \exists \textit{производит.Вещество}$

$\models \quad \textit{Энзим} \sqsubseteq \textit{Катализатор}$



Включение понятий $C \sqsubseteq D$ следует из терминологической системы $\mathcal{O}$ (обозначение $\mathcal{O} \models C \sqsubseteq D$)
если любая модель для $\mathcal{O}$ является моделью формулы $C \sqsubseteq D$.

Базовые проблемы логического следования из терминологий

<u>Энзим</u> – это <u>Протеин</u>, который *катализирует* <u>Реакцию</u>
<u>Катализатор</u> – это в точности то, что *катализирует* <u>Процесс</u>
<u>Реакция</u> – это <u>Процесс</u>, который *производит* <u>Вещество</u>

Верно ли тогда, что <u>Энзим</u> – это <u>Катализатор</u>?

<u>Проблема классификации понятий</u>

Для заданной терминологической системы O и пары понятий C, D определить, является ли D более общим понятием, чем C, относительно O.

Базовые проблемы логического следования из терминологий

Подграф – это граф, состоящий из некоторого подмножества вершин и некоторого подмножества ребер, соединяющий эти вершины
Полный граф – это граф, у которого каждая пара вершин соединена ребром
Компонента связности – максимальный связный Подграф
Мультиклика – Полный Подграф, имеющий более, чем одну Компоненту Связности

Базовые проблемы логического следования из терминологий

Подграф – это граф, состоящий из некоторого подмножества вершин и некоторого подмножества ребер, соединяющий эти вершины
Полный граф – это граф, у которого каждая пара вершин соединена ребром
Компонента связности – максимальный связный Подграф
Мультиклика – Полный Подграф, имеющий более, чем одну Компоненту Связности

Проблема вырожденности понятия

Для заданной терминологической системы О и понятия С определить, является ли С вырожденным относительно О
(т.е. определить, могут ли у него быть экземпляры).

Базовые проблемы логического следования из терминологий

K4 – это Клика и не Клика одновременно

Проблема противоречивости терминологической системы

Для заданной терминологической системы O определить, является ли она противоречивой.

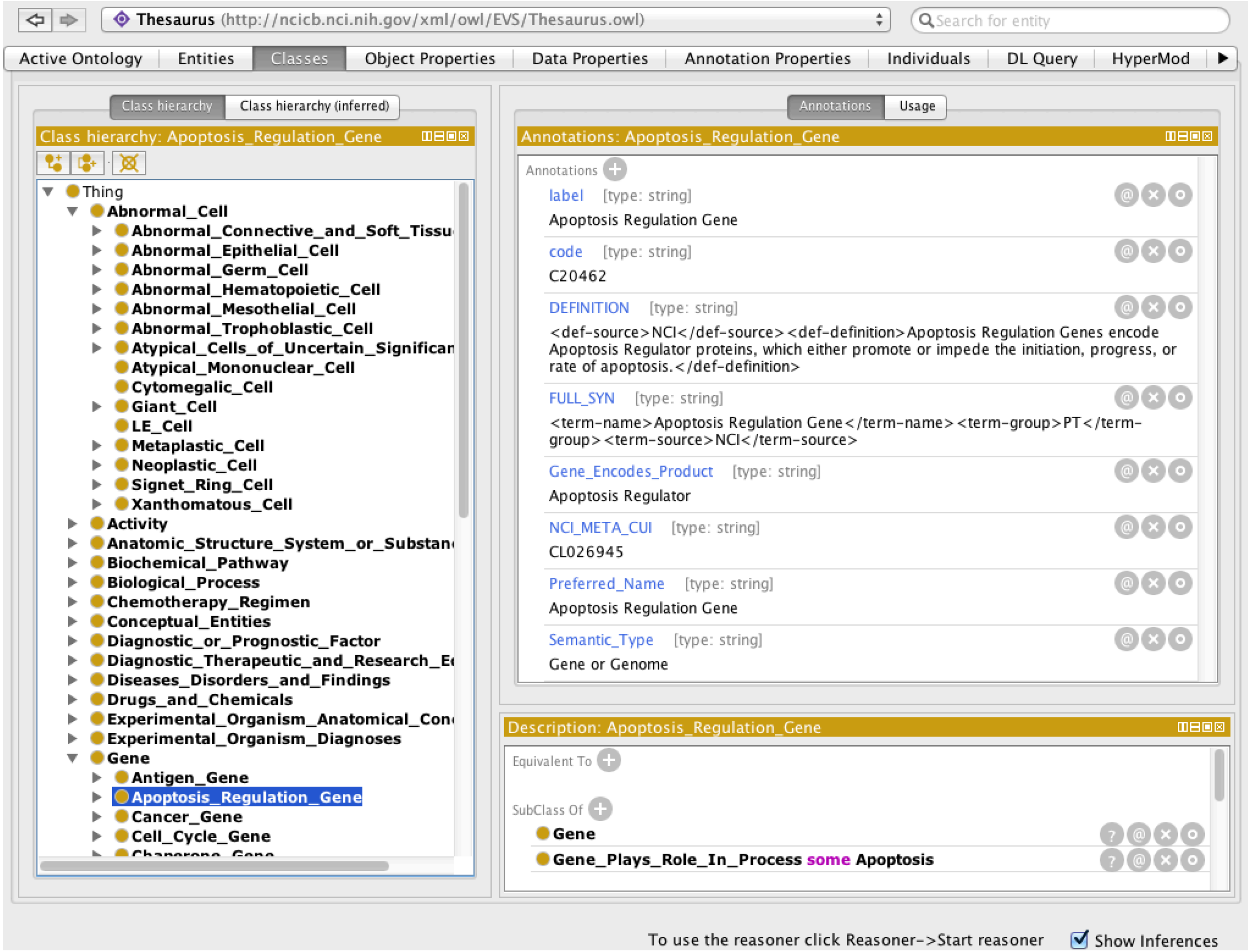
Ценность математической формализации терминологий

- Доказательная оценка качества содержания
- Обеспечение автоматизированной проверки свойств терминологических систем
- Реализация терминологий в качестве компонент информационных систем

Дескрипционные логики и их алгоритмическая сложность

Пример конструкторов логики (языка)		Название логики	Сложность проблемы классификации понятий
Энзим $\sqcap$ ***Протеин*** $\sqsubseteq$ ***Катализатор***		H (Horn)	**P**
Реакция $\sqsubseteq$ ***Процесс*** $\sqcap \exists$***производит.Вещество***		EL	**P**
$\neg$***Твердое*** $\sqsubseteq$ ***Газ*** $\sqcup$ ***Жидкость***		P (propositional)	**NP**-полна
Дистиллят $\sqsubseteq \neg\exists$***имеет.Примесь***		ALC	**EXPTIME**-полна
$Trans($***преобразует***$)$ $Func($***имеетАнтичастицу***$)$	S	SHIQ	
окисляет $\sqsubseteq$ ***преобразует***	H		
Оксид $\sqsubseteq \exists$***окисляет***$^{-}$. ***Вещество***	I		
Частица $\sqsubseteq \exists[\leq 1]$***имеет. Античастица***	Q		
растворяет $\circ$ ***содержит*** $\sqsubseteq$ ***растворяет***		R	**2EXPTIME**-полна
S+R+I+Q		SRIQ	
$Func($***имеетАнтичастицу***$)$	F	ALCHOIF	**NEXPTIME**-полна
$\{$***железо***$\}$ $\sqsubseteq$ ***Металл***	O	SHOIQ	
R+O+I+F		ROIF	**N2EXPTIME**-полна
S+R+O+I+Q		SROIQ	

Protégé - Система совместной разработки терминологий



BioPortal Browse Search Mappings Recommender Annotator Resource Index Projects Recently Viewed Sign In Help Feedback

Browse

Browse the library of ontologies ?

FILTER BY CATEGORY	All Categories
FILTER BY GROUP ?	All Groups
FILTER BY TEXT	

Submit New Ontology

ONTOLOGY NAME	VISIBILITY	CLASSES	NOTES	REVIEWS	PROJECTS	UPLOADED	CONTACT
Adverse Event Reporting Ontology AERO	Public	407	0	0	2	09/12/2013	Melanie Courtot
African Traditional Medicine Ontology ATMO	Public	223	2	0	0	06/28/2009	Ghislain Atemezing
Allen Brain Atlas (ABA) Adult Mouse Brain Ontology ABA-AMB	Public	913	0	0	3	08/08/2009	Allen Institute for Brain Science
Alzheimer's disease ontology ADO	Public	1,564	0	0	0	07/23/2013	Ashutosh Malhotra
Amino Acid Ontology AMINO-ACID	Public	46	0	0	1	07/02/2010	Nick Drummond, Georgina Moulton, Robert Stevens, Phil Lord
Amphibian Gross Anatomy Ontology AAO	Public	0	0	0	1	07/22/2011	David Blackburn
Amphibian Taxonomy Ontology ATO	Public	6,135	0	0	0	11/02/2009	AmphiAnat list
An ontology for experimental actions EXACT	Public	162	0	0	0	09/18/2014	Larisa Soldatova
Anatomic Pathology Lexicon PATHLEX	Public	1,785	0	0	1	01/22/2013	Christel Daniel
Anatomical Entity Ontology AEO	Public	250	0	0	1	06/01/2012	EMAP Administrators
Animal Natural History and Life History Ontology ADW	Public	362	0	0	0	08/31/2010	Animal Diversity Web technical staff
Animal Trait Ontology for Livestock ATOL	Public	2,098	0	0	0	10/22/2014	LeBail Pierre-Yves Reichstadt Matthieu
Artificial Intelligence Rheumatology Consultant System Ontology AI-RHEUM	Public	814	0	0	0	05/28/2014	NLM Customer Service
Ascomycete Phenotype Ontology APO	Public	340	0	0	0	06/30/2014	Saccharomyces Genome Database
Autism Spectrum Disorder Phenotype Ontology ASDPTO	Public	284	0	0	0	01/21/2014	Alexa T McCray
Basic Formal Ontology BFO	Public	39	0	0	20	07/24/2009	Barry Smith
Beta Cell Genomics Ontology OBI_BCGO	Public	1,672	0	0	0	01/29/2014	Jie Zheng
Bilingual Ontology of Alzheimer's Disease and Related Diseases ONTOAD	Public	5,899	0	0	0	12/02/2013	Khadim Dramé
BioAssay Ontology BAO	Public	3,336	0	0	7	04/25/2014	Stephan Schurer

Содержание Лекций

- Логический подход к формализации терминологических систем: основы дескрипционных логик. Базовые алгоритмические проблемы, связанные с логическим выводом из систем понятий.
- Методы автоматического доказательства в дескрипционных логиках. Проблемы объяснения противоречий и других дефектов в терминологических системах.
- Анализ терминологических систем на основе логического вывода. Построение явных определений понятий из доказательств. Вычисление компонент в терминологических системах. Сравнительная выразительность систем понятий и их следствий.

Литература

Логический подход к формализации терминологических систем: основы дескрипционных логик. Базовые алгоритмические проблемы, связанные с логическим выводом из систем понятий.

- Franz Baader, Diego Calvanese, Deborah McGuinness, Daniele Nardi, and Peter F. Patel-Schneider, editors. The Description Logic Handbook: Theory, Implementation, and Applications. // Cambridge University Press, 2nd edition, 2010 — 624 p.
- Frank van Harmelen, Vladimir Lifschitz, Bruce Porter. Handbook of Knowledge Representation. — Elsevier Science, 2007 — 1034 p.
- Stuart Russel, Peter Norvig. Artificial Intelligence: A Modern Approach // Prentice Hall, 4th edition, 2020. — 1136 p.
- Шилов Н.В. Формализмы и средства создания и поддержки онтологий. — Ануреев И.С., Батура Т.В., Боровикова О.И., Загорулько Ю.А., Кононенко И.С., Марчук А.Г., Марчук П.А., Мурзин Ф.А., Сидорова Е.А., Шилов Н.В. Модели и методы построения информационных систем, основанных на формальных, логических и лингвистических подходах // Моногр. / Институт систем информатики им. А.П. Ершова СО РАН. — Новосибирск: Изд. СО РАН, 2009 — 240 с.

Литература

Логический подход к формализации терминологических систем: основы дескрипционных логик. Базовые алгоритмические проблемы, связанные с логическим выводом из систем понятий.

Короткие вводные обзоры:

- Sebastian Rudolf. Foundation of Description Logics. http://people.mpi-inf.mpg.de/ dstepano/KRSW/literature/foundationsDL.pdf
- Markus Kroetzsch, Frantisek Simancik, and Ian Horrocks. A Description Logic Primer. https://arxiv.org/pdf/1201.4089.pdf

Литература

Методы автоматического доказательства в дескрипционных логиках и основные техники оптимизации. Проблемы объяснения противоречий и других дефектов в терминологических системах.

- Franz Baader, Diego Calvanese, Deborah McGuinness, Daniele Nardi, and Peter F. Patel-Schneider, editors. The Description Logic Handbook: Theory, Implementation, and Applications. // Cambridge University Press, 2nd edition, 2010 — 624 p.
- Dmitry Tsarkov, Ian Horrocks, and Peter F. Patel-Schneider. Optimizing Terminological Reasoning for Expressive Description Logics. — J. of Automated Reasoning, 39(3), 2007. — pp. 277-316.
- Yevgeny Kazakov, Markus Krötzsch, and František Simančik. The Incredible ELK. — Journal of Automated Reasoning — vol. 53, Issue 1, 2014 — pp. 1-61.
- Matthew Horridge. Justification Based Explanation in Ontologies. — PhD Thesis. University of Manchester, 2011. — 278 p.

Литература

Анализ терминологических систем на основе логического вывода. Построение явных определений понятий из доказательств. Вычисление компонент в терминологических системах. Сравнительная выразительность систем понятий и их следствий.

- Boris Konev, Carsten Lutz, Dirk Walther, and Frank Wolter. Formal Properties of Modularisation. In: Stuckenschmidt, H., Parent, C., Spaccapietra, S. (Eds.), Modular Ontologies. — vol. 5445 of Lecture Notes in Computer Science, Springer, 2008 — pp. 25–66.
- Bernardo Cuenca Grau, Ian Horrocks, Yevgeny Kazakov, and Ulrike Sattler. Modular Reuse of Ontologies: Theory and practice. — J. Artif. Int. Res. 31 (1), 2008. — pp. 273–318.
- Boris Konev, Carsten Lutz, Denis Ponomaryov, and Frank Wolter, Decomposing Description Logic Ontologies. — In: Lin, F., Sattler, U., Truszczynski, M. (Eds.), KR 2010. AAAI Press.
- Denis Ponomaryov and Stepan Yakovenko. DeFind: A Protege Plugin for Computing Concept Definitions in EL Ontologies. Proceedings JIST, 2018, pp. 235-243.

Основы Дескрипционных Логик

Дескрипционная Логика $\mathcal{EL}$

Алфавит состоит из

- подмножества имен понятий (примитивных понятий) $\mathsf{N_c}$ и выделенного символа $\top$
- подмножества имен отношений (ролей) $\mathsf{N_r}$

Синтаксические единицы

Понятие; Формула

Дескрипционная Логика $\mathcal{EL}$

Алфавит состоит из

- подмножества имен понятий (примитивных понятий) $\mathsf{N_c}$ и выделенного символа $\top$
- подмножества имен отношений (ролей) $\mathsf{N_r}$

Синтаксические единицы

Понятие; Формула

Интерпретация

Пара $(\Delta, \cdot^{\mathcal{I}})$, где Δ - непустое множество, $\cdot^{\mathcal{I}}$ - функция интерпретации имен понятий и отношений:
$\cdot^{\mathcal{I}} : \mathsf{N_c} \mapsto 2^{\Delta}$, $\cdot^{\mathcal{I}} : \mathsf{N_r} \mapsto 2^{\Delta \times \Delta}$

Дескрипционная Логика $\mathcal{EL}$

Алфавит состоит из

- подмножества имен понятий (примитивных понятий) $\mathsf{N_c}$ и выделенного символа $\top$
- подмножества имен отношений (ролей) $\mathsf{N_r}$

Синтаксические единицы

Понятие; Формула

Интерпретация

Пара $(\Delta, \cdot^{\mathcal{I}})$, где Δ - непустое множество, $\cdot^{\mathcal{I}}$ - функция интерпретации имен понятий и отношений:
$\cdot^{\mathcal{I}} : \mathsf{N_c} \mapsto 2^{\Delta}$, $\cdot^{\mathcal{I}} : \mathsf{N_r} \mapsto 2^{\Delta\times\Delta}$

Понятие		Manchester Syntax	Пример	Интерпретация
$\top$		Thing		Δ
A	$A \in \mathsf{N_c}$	A	Woman	подмножество Δ
$C \sqcap D$	C, D - понятия	C and D	Woman $\sqcap$ Parent	$C^{\mathcal{I}} \cap D^{\mathcal{I}}$
$\exists r.C$	C - понятие, $r \in \mathsf{N_r}$	r some C	$\exists$hasChild.Person	$\{x \in \Delta \mid \exists y \in \Delta\ (\langle x, y\rangle \in r^{\mathcal{I}}$ и $y \in C^{\mathcal{I}})\}$

A	$A \in \mathsf{N_c}$	Woman	
$C \sqcap D$	C, D - понятия	Woman $\sqcap$ Parent	
$\exists r.C$	C - понятие, $r \in \mathsf{N_r}$	$\exists$hasChild.Person	

Дескрипционная Логика $\mathcal{ALC}$

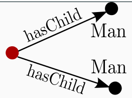
$\mathcal{ALC}$ получается из логики $\mathcal{EL}$ с помощью добавления отрицания

Понятие		Manchester Syntax	Пример	Интерпретация
$\neg C$		not C	$\neg$ Woman	$\Delta \setminus C^{\mathcal{I}}$
$\bot$	$\neg\top$	Nothing		$\varnothing$
$C \sqcup D$	$\neg(\neg C \sqcap \neg D)$	C or D	Woman $\sqcup$ Man	$C^{\mathcal{I}} \cup D^{\mathcal{I}}$
$\forall r.C$	$\neg\exists r.\neg C$	r only C	$\forall$hasChild.Man	$\{x \in \Delta \mid \forall y \in \Delta\ (\langle x, y\rangle \in r^{\mathcal{I}} \Rightarrow y \in C^{\mathcal{I}})\}$

Дескрипционная Логика $\mathcal{ALC}$

$\mathcal{ALC}$ получается из логики $\mathcal{EL}$ с помощью добавления отрицания

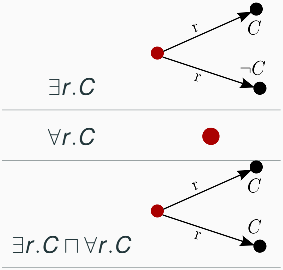
Понятие		Manchester Syntax	Пример	Интерпретация
$\neg C$		not C	$\neg$ Woman	$\Delta \setminus C^{\mathcal{I}}$
$\bot$	$\neg\top$	Nothing		$\varnothing$
$C \sqcup D$	$\neg(\neg C \sqcap \neg D)$	C or D	Woman $\sqcup$ Man	$C^{\mathcal{I}} \cup D^{\mathcal{I}}$
$\forall r.C$	$\neg\exists r.\neg C$	r only C	$\forall$hasChild.Man	$\{x \in \Delta \mid \forall y \in \Delta\ (\langle x, y\rangle \in r^{\mathcal{I}} \ \Rightarrow\ y \in C^{\mathcal{I}})\}$

$\neg C$	$\neg$ Woman	
$C \sqcup D$	Woman $\sqcup$ Man	
$\forall r.C$	$\forall$hasChild.Man	

Дескрипционная Логика $\mathcal{ALC}$

$\mathcal{ALC}$ получается из логики $\mathcal{EL}$ с помощью добавления отрицания

Понятие		Manchester Syntax	Пример	Интерпретация
$\neg C$		not C	$\neg$ Woman	$\Delta \setminus C^{\mathcal{I}}$
$\bot$	$\neg\top$	Nothing		$\varnothing$
$C \sqcup D$	$\neg(\neg C \sqcap \neg D)$	C or D	Woman $\sqcup$ Man	$C^{\mathcal{I}} \cup D^{\mathcal{I}}$
$\forall r.C$	$\neg\exists r.\neg C$	r only C	$\forall$hasChild.Man	$\{x \in \Delta \mid \forall y \in \Delta\ (\langle x, y\rangle \in r^{\mathcal{I}} \Rightarrow y \in C^{\mathcal{I}})\}$



Онтологии в Логиках $\mathcal{EL}$ и $\mathcal{ALC}$

Формула (включение понятий)

выражение вида $C \sqsubseteq D$, где C, D - некоторые понятия

$C \equiv D$ - будет сокращением для множества формул $\{C \sqsubseteq D,\ D \sqsubseteq C\}$

Manchester syntax: *C SubClassOf D*, *C EquivalentTo D*

Онтологии в Логиках $\mathcal{EL}$ и $\mathcal{ALC}$

Формула (включение понятий)

выражение вида $C \sqsubseteq D$, где C, D - некоторые понятия

$C \equiv D$ - будет сокращением для множества формул $\{C \sqsubseteq D,\ D \sqsubseteq C\}$

Manchester syntax: *C SubClassOf D*, *C EquivalentTo D*

Онтология (TBox)

множество формул.

Формулы, составляющие онтологию, будем называть аксиомами онтологии.

Онтологии в Логиках $\mathcal{EL}$ и $\mathcal{ALC}$

Формула (включение понятий)

выражение вида $C \sqsubseteq D$, где C, D - некоторые понятия

$C \equiv D$ - будет сокращением для множества формул $\{C \sqsubseteq D,\ D \sqsubseteq C\}$

Manchester syntax: *C SubClassOf D*, *C EquivalentTo D*

Онтология (TBox)

множество формул.

Формулы, составляющие онтологию, будем называть аксиомами онтологии.

$Mother \equiv Woman \sqcap \exists hasChild.Person$

$Mother \sqsubseteq \exists hasChild.Person$

$Person \equiv Man \sqcup Woman$

Онтологии в Логиках $\mathcal{EL}$ и $\mathcal{ALC}$

Формула (включение понятий)

выражение вида $C \sqsubseteq D$, где C, D - некоторые понятия

$C \equiv D$ - будет сокращением для множества формул $\{C \sqsubseteq D,\ D \sqsubseteq C\}$

Manchester syntax: $C\ SubClassOf\ D$, $C\ EquivalentTo\ D$

Онтология (TBox)

множество формул.

Формулы, составляющие онтологию, будем называть аксиомами онтологии.

$Mother \equiv Woman \sqcap \exists hasChild.Person$

$Mother \sqsubseteq \exists hasChild.Person$

$Person \equiv Man \sqcup Woman$

$Mother \sqsubseteq Person$

Онтологии в Логиках $\mathcal{EL}$ и $\mathcal{ALC}$

Формула (включение понятий)

выражение вида $C \sqsubseteq D$, где C, D - некоторые понятия

$C \equiv D$ - будет сокращением для множества формул $\{C \sqsubseteq D,\ D \sqsubseteq C\}$

Manchester syntax: *C SubClassOf D*, *C EquivalentTo D*

Онтология (TBox)

множество формул.

Формулы, составляющие онтологию, будем называть аксиомами онтологии.

$Mother \equiv Woman \sqcap \exists hasChild.Person$

$Mother \sqsubseteq \exists hasChild.Person$

$Person \equiv Man \sqcup Woman$

$Mother \sqsubseteq Person$

$\forall hasChild.DeadPerson \sqsubseteq PoorPerson$

Формула (включение понятий)

выражение вида $C \sqsubseteq D$, где C, D - некоторые понятия

$C \equiv D$ - будет сокращением для множества формул $\{C \sqsubseteq D,\ D \sqsubseteq C\}$

Manchester syntax: *C SubClassOf D*, *C EquivalentTo D*

Онтология (TBox)

множество формул.

Формулы, составляющие онтологию, будем называть аксиомами онтологии.

$$Mother \equiv Woman \sqcap \exists hasChild.Person$$

$$Mother \sqsubseteq \exists hasChild.Person$$

$$Person \equiv Man \sqcup Woman$$

$$Mother \sqsubseteq Person$$

$$\forall hasChild.DeadPerson \sqsubseteq PoorPerson$$

$$\exists hasParent.DeadPerson \sqsubseteq PoorPerson$$

Онтологии в Логиках $\mathcal{EL}$ и $\mathcal{ALC}$

Формула (включение понятий)

выражение вида $C \sqsubseteq D$, где C, D - некоторые понятия

$C \equiv D$ - будет сокращением для множества формул $\{C \sqsubseteq D,\ D \sqsubseteq C\}$

Manchester syntax: *C SubClassOf D*, *C EquivalentTo D*

Онтология (TBox)

множество формул.

Формулы, составляющие онтологию, будем называть аксиомами онтологии.

$$Mother \equiv Woman \sqcap \exists hasChild.Person$$

$$Mother \sqsubseteq \exists hasChild.Person$$

$$Person \equiv Man \sqcup Woman$$

$$Mother \sqsubseteq Person$$

$$\forall hasChild.DeadPerson \sqsubseteq PoorPerson$$

$$\exists hasParent.DeadPerson \sqsubseteq PoorPerson$$

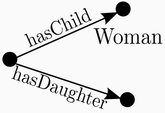
$$Woman \sqcap \exists hasParent.\exists hasChild.Man \sqsubseteq \exists hasBrother.\top$$

Модели Онтологии и Логическое Следование

Модель

- Интерпретация $(\Delta, \cdot^{\mathcal{I}})$ – есть модель формулы $C \sqsubseteq D$, если имеет место $C^{\mathcal{I}} \subseteq D^{\mathcal{I}}$
- Интерпретация – есть модель онтологии $\mathcal{O}$, если она является моделью каждой аксиомы $\mathcal{O}$

$$\exists hasChild.Woman \sqsubseteq \exists hasDaughter.\top$$

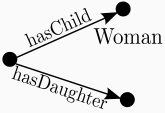


Модели Онтологии и Логическое Следование

Модель

- Интерпретация $(\Delta, \cdot^{\mathcal{I}})$ – есть модель формулы $C \sqsubseteq D$, если имеет место $C^{\mathcal{I}} \subseteq D^{\mathcal{I}}$
- Интерпретация – есть модель онтологии $\mathcal{O}$, если она является моделью каждой аксиомы $\mathcal{O}$

$$\exists hasChild.Woman \sqsubseteq \exists hasDaughter.\top$$



Следование

Формула $C \sqsubseteq D$ логически следует из онтологии $\mathcal{O}$ (обозн. $\mathcal{O} \models C \sqsubseteq D$), если любая модель онтологии $\mathcal{O}$ является моделью формулы $C \sqsubseteq D$

$$Farther \sqsubseteq \exists hasChild.Person \quad \not\models \quad Farther \sqsubseteq \exists hasChild.Human$$

Трансляция в Логику Первого Порядка

$A \in \mathsf{N_c} \quad \mapsto$ унарные предикаты

$r \in \mathsf{N_r} \quad \mapsto$ бинарные предикаты

Трансляция	Пример
$\tau^x(A) \;=\; A(x)$	$Person(x)$
$\tau^x(\top) \;=\; TRUE$ (тавтология)	$TRUE$
$\tau^x(C \sqcap D) \;=\; \tau^x(C) \wedge \tau^x(D)$	$Person \sqcap Father \;\mapsto\; Person(x) \wedge Father(x)$
$\tau^x(\neg C) \;=\; \neg\tau^x(C)$	$\neg(Person \sqcap Father) \;\mapsto\; \neg(Person(x) \wedge Father(x))$
$\tau^x(\exists r.C) \;=\; \exists y\ (r(x,y) \wedge \tau^y(C))$	$\exists hasChild.Man \;\mapsto\; \exists y\ (hasChild(x,y) \wedge Man(y))$
$\tau^x(\forall r.C) \;=\; \forall y\ (r(x,y) \rightarrow \tau^y(C))$	$\forall hasChild.Man \;\mapsto\; \forall y\ (hasChild(x,y) \Rightarrow Man(y))$

$$C \sqsubseteq D \quad \mapsto \quad \forall x\ (\tau^x(C) \Rightarrow \tau^x(D))$$

$$\exists hasChild.Man \sqsubseteq Person \quad \mapsto \quad \forall x\ [\exists y\ (hasChild(x,y) \wedge Man(y)) \Rightarrow Person(x)]$$

Трансляция в Логику Первого Порядка

$A \in \mathsf{N_c} \quad \mapsto$ унарные предикаты

$r \in \mathsf{N_r} \quad \mapsto$ бинарные предикаты

Трансляция	Пример
$\tau^x(A) \; = \; A(x)$	$Person(x)$
$\tau^x(\top) \; = \; TRUE$ (тавтология)	$TRUE$
$\tau^x(C \sqcap D) \; = \; \tau^x(C) \wedge \tau^x(D)$	$Person \sqcap Father \;\mapsto\; Person(x) \wedge Father(x)$
$\tau^x(\neg C) \; = \; \neg\tau^x(C)$	$\neg(Person \sqcap Father) \;\mapsto\; \neg(Person(x) \wedge Father(x))$
$\tau^x(\exists r.C) \; = \; \exists y \; (r(x,y) \wedge \tau^y(C))$	$\exists hasChild.Man \;\mapsto\; \exists y \; (hasChild(x,y) \wedge Man(y))$
$\tau^x(\forall r.C) \; = \; \forall y \; (r(x,y) \rightarrow \tau^y(C))$	$\forall hasChild.Man \;\mapsto\; \forall y \; (hasChild(x,y) \Rightarrow Man(y))$

$$C \sqsubseteq D \quad \mapsto \quad \forall x \; (\tau^x(C) \Rightarrow \tau^x(D))$$

$$\exists hasChild.Man \sqsubseteq Person \quad \mapsto \quad \forall x \; [\exists y \; (hasChild(x,y) \wedge Man(y)) \Rightarrow Person(x)]$$

Теорема

$\mathcal{O} \models C \sqsubseteq D$ тогда и только тогда, когда $\bigwedge_{E \sqsubseteq F \in \mathcal{O}} \forall x \; [\tau^x(E) \Rightarrow \tau^x(F)] \; \models \; \forall x \; (\; \tau^x(C) \Rightarrow \tau^x(D) \;)$

Дескрипционные логики $\mathcal{EL}$ и $\mathcal{ALC}$ – это фрагменты логики первого порядка, определенные ограничениями на синтаксис формул

Понятие в дескрипционной логике – формула с одной свободной переменной в логике первого порядка

Формула дескрипционной логики – предложение (замкнутая формула) в логике первого порядка

В дескрипционных логиках отсутствует возможность булевых комбинаций формул (разрешены только булевы комбинаций понятий)

Синтаксис дескрипционных логик удобен тем, что концентрирует внимание на именах понятий, отношений и логических конструкторах, скрывая имена переменных

Базовые Проблемы Логического Следования

Проблемы Логического Следования

(Не)противоречивость онтологии

Онтология $\mathcal{O}$ называется непротиворечивой, если у нее существует модель

$$\mathcal{O} = \{\ \top \sqsubseteq \exists \mathit{hasMother}.\mathit{Woman}, \quad \mathit{Woman} \sqsubseteq \bot\ \}$$

Проблемы Логического Следования

(Не)противоречивость онтологии

Онтология $\mathcal{O}$ называется непротиворечивой, если у нее существует модель

$$\mathcal{O} = \{\ \top \sqsubseteq \exists \mathit{hasMother}.\mathit{Woman}, \quad \mathit{Woman} \sqsubseteq \bot\ \}$$

$$\mathcal{O} \models \top \sqsubseteq \exists \mathit{hasMother}.\bot$$

$$(\exists \mathit{hasMother}.\bot)^{\mathcal{I}} = \{x \mid \exists y\ (x, y) \in \mathit{hasMother}^{\mathcal{I}} \text{ и } y \in \bot^{\mathcal{I}}\} = \varnothing, \quad \text{для любой интерпретации } \mathcal{I}$$

Проблемы Логического Следования

(Не)противоречивость онтологии

Онтология $\mathcal{O}$ называется непротиворечивой, если у нее существует модель

$$\mathcal{O} = \{ \top \sqsubseteq \exists \mathit{hasMother}.\mathit{Woman}, \quad \mathit{Woman} \sqsubseteq \bot \}$$

$$\mathcal{O} \models \top \sqsubseteq \exists \mathit{hasMother}.\bot$$

$$\mathcal{O} \models \top \sqsubseteq \bot$$

Проблемы Логического Следования

(Не)противоречивость онтологии

Онтология $\mathcal{O}$ называется непротиворечивой, если у нее существует модель

$$\mathcal{O} = \{\ \top \sqsubseteq \exists \mathit{hasMother}.\mathit{Woman}, \quad \mathit{Woman} \sqsubseteq \bot\ \}$$

(Не)вырожденность понятия

- Понятие C называется невырожденным, если существует интерпретация $(\Delta, \cdot^{\mathcal{I}})$ такая, что $C^{\mathcal{I}} \neq \varnothing$
- Понятие C называется невырожденным относительно онтологии $\mathcal{O}$, если существует модель $(\Delta, \cdot^{\mathcal{I}})$ онтологии $\mathcal{O}$ такая, что $C^{\mathcal{I}} \neq \varnothing$

$$\exists \mathit{hasMother}.\mathit{Man} \sqcap \forall \mathit{hasMother}.\mathit{Woman} \qquad \mathcal{O} = \{\mathit{Man} \sqcap \mathit{Woman} \sqsubseteq \bot\}$$

Проблемы Логического Следования

(Не)противоречивость онтологии

Онтология $\mathcal{O}$ называется непротиворечивой, если у нее существует модель

$$\mathcal{O} = \{\ \top \sqsubseteq \exists hasMother.Woman, \quad Woman \sqsubseteq \bot\ \}$$

(Не)вырожденность понятия

- Понятие C называется невырожденным, если существует интерпретация $(\Delta, \cdot^{\mathcal{I}})$ такая, что $C^{\mathcal{I}} \neq \varnothing$
- Понятие C называется невырожденным относительно онтологии $\mathcal{O}$, если существует модель $(\Delta, \cdot^{\mathcal{I}})$ онтологии $\mathcal{O}$ такая, что $C^{\mathcal{I}} \neq \varnothing$

$$\exists hasMother.Man \sqcap \forall hasMother.Woman \qquad \mathcal{O} = \{Man \sqcap Woman \sqsubseteq \bot\}$$

Дизъюнктность понятий

Понятия C, D называются дизъюнктными относительно онтологии $\mathcal{O}$, если в любой модели $(\Delta, \cdot^{\mathcal{I}})$ онтологии $\mathcal{O}$ выполняется $C^{\mathcal{I}} \cap D^{\mathcal{I}} = \varnothing$

$$\exists hasChild.Man \sqcap \forall hasChild.\neg Man$$

Проблемы Логического Следования

(Не)противоречивость онтологии

Онтология $\mathcal{O}$ называется непротиворечивой, если у нее существует модель

$$\mathcal{O} = \{\ \top \sqsubseteq \exists hasMother.Woman, \quad Woman \sqsubseteq \bot\ \}$$

(Не)вырожденность понятия

- Понятие C называется невырожденным, если существует интерпретация $(\Delta, \cdot^{\mathcal{I}})$ такая, что $C^{\mathcal{I}} \neq \varnothing$
- Понятие C называется невырожденным относительно онтологии $\mathcal{O}$, если существует модель $(\Delta, \cdot^{\mathcal{I}})$ онтологии $\mathcal{O}$ такая, что $C^{\mathcal{I}} \neq \varnothing$

$$\exists hasMother.Man \sqcap \forall hasMother.Woman \qquad \mathcal{O} = \{Man \sqcap Woman \sqsubseteq \bot\}$$

Дизъюнктность понятий

Понятия C, D называются дизъюнктными относительно онтологии $\mathcal{O}$, если в любой модели $(\Delta, \cdot^{\mathcal{I}})$ онтологии $\mathcal{O}$ выполняется $C^{\mathcal{I}} \cap D^{\mathcal{I}} = \varnothing$

$$\exists hasChild.Man \sqcap \forall hasChild.\neg Man$$

Теорема

- Онтология $\mathcal{O}$ противоречива $\Leftrightarrow \mathcal{O} \models \top \sqsubseteq \bot$
- Понятие C является вырожденным относительно онтологии $\mathcal{O} \Leftrightarrow \mathcal{O} \models C \sqsubseteq \bot$
- Понятия C, D дизъюнктны относительно онтологии $\mathcal{O} \Leftrightarrow \mathcal{O} \models C \sqcap D \sqsubseteq \bot$

Проблемы Логического Следования

(Не)противоречивость онтологии

Онтология $\mathcal{O}$ называется непротиворечивой, если у нее существует модель

$$\mathcal{O} = \{\ \top \sqsubseteq \exists \mathit{hasMother}.\mathit{Woman}, \quad \mathit{Woman} \sqsubseteq \bot\ \}$$

(Не)вырожденность понятия

- Понятие C называется невырожденным, если существует интерпретация $(\Delta, \cdot^{\mathcal{I}})$ такая, что $C^{\mathcal{I}} \neq \varnothing$
- Понятие C называется невырожденным относительно онтологии $\mathcal{O}$, если существует модель $(\Delta, \cdot^{\mathcal{I}})$ онтологии $\mathcal{O}$ такая, что $C^{\mathcal{I}} \neq \varnothing$

$$\exists \mathit{hasMother}.\mathit{Man} \sqcap \forall \mathit{hasMother}.\mathit{Woman} \qquad \mathcal{O} = \{\mathit{Man} \sqcap \mathit{Woman} \sqsubseteq \bot\}$$

Дизъюнктность понятий

Понятия C, D называются дизъюнктными относительно онтологии $\mathcal{O}$, если в любой модели $(\Delta, \cdot^{\mathcal{I}})$ онтологии $\mathcal{O}$ выполняется $C^{\mathcal{I}} \cap D^{\mathcal{I}} = \varnothing$

$$\exists \mathit{hasChild}.\mathit{Man} \sqcap \forall \mathit{hasChild}.\neg \mathit{Man}$$

Задача классификации (примитивных понятий) онтологии

Для онтологии $\mathcal{O}$ и каждой пары имен понятий A, B из $\mathcal{O}$ установить, верно ли $\mathcal{O} \models A \sqsubseteq B$, либо $\mathcal{O} \models B \sqsubseteq A$

Терминологии (онтологии специального вида)

$$
\begin{aligned}
\mathit{Woman} &\equiv \mathit{Person} \sqcap \mathit{Female} \\
\mathit{Man} &\equiv \mathit{Person} \sqcap \neg \mathit{Woman} \\
\mathit{Mother} &\equiv \mathit{Woman} \sqcap \exists \mathit{hasChild}.\mathit{Person} \\
\mathit{Father} &\equiv \mathit{Man} \sqcap \exists \mathit{hasChild}.\mathit{Person} \\
\mathit{Grandmother} &\equiv \mathit{Mother} \sqcap \exists \mathit{hasChild}.(\mathit{Father} \sqcup \mathit{Mother})
\end{aligned}
$$

Терминологии (онтологии специального вида)

$$
\begin{aligned}
Woman &\equiv Person \sqcap Female \\
Man &\equiv Person \sqcap \neg Woman \\
Mother &\equiv Woman \sqcap \exists hasChild.Person \\
Father &\equiv Man \sqcap \exists hasChild.Person \\
Grandmother &\equiv Mother \sqcap \exists hasChild.(Father \sqcup Mother)
\end{aligned}
$$

Терминология в развернутом виде:

$$
\begin{aligned}
Woman &\equiv Person \sqcap Female \\
Man &\equiv Person \sqcap \neg(Person \sqcap Female) \\
Mother &\equiv (Person \sqcap Female) \sqcap \exists hasChild.Person \\
Father &\equiv (Person \sqcap \neg(Person \sqcap Female)) \sqcap \exists hasChild.Person \\
Grandmother &\equiv ((Person \sqcap Female) \sqcap \exists hasChild.Person) \sqcap \\
&\sqcap \exists hasChild.(((Person \sqcap \neg(Person \sqcap Female)) \sqcap \\
&\sqcap \exists hasChild.Person) \sqcup ((Person \sqcap Female) \sqcap \exists hasChild.Person))
\end{aligned}
$$

Терминологии (онтологии специального вида)

$$
\begin{aligned}
Woman &\equiv Person \sqcap Female\\
Man &\equiv Person \sqcap \neg Woman\\
Mother &\equiv Woman \sqcap \exists hasChild.Person\\
Father &\equiv Man \sqcap \exists hasChild.Person\\
Grandmother &\equiv Mother \sqcap \exists hasChild.(Father \sqcup Mother)
\end{aligned}
$$

Терминология в развернутом виде:

$$
\begin{aligned}
Woman &\equiv Person \sqcap Female\\
Man &\equiv Person \sqcap \neg(Person \sqcap Female)\\
Mother &\equiv (Person \sqcap Female) \sqcap \exists hasChild.Person\\
Father &\equiv (Person \sqcap \neg(Person \sqcap Female)) \sqcap \exists hasChild.Person\\
Grandmother &\equiv ((Person \sqcap Female) \sqcap \exists hasChild.Person) \sqcap\\
&\quad \sqcap \exists hasChild.(((Person \sqcap \neg(Person \sqcap Female)) \sqcap\\
&\quad \sqcap \exists hasChild.Person) \sqcup ((Person \sqcap Female) \sqcap \exists hasChild.Person))
\end{aligned}
$$

Теорема

Если онтология $\mathcal{O}$ эквивалентна терминологии, то она непротиворечива.

Терминологии (онтологии специального вида)

$$
\begin{aligned}
Woman &\equiv Person \sqcap Female \\
Man &\equiv Person \sqcap \neg Woman \\
Mother &\equiv Woman \sqcap \exists hasChild.Person \\
Father &\equiv Man \sqcap \exists hasChild.Person \\
Grandmother &\equiv Mother \sqcap \exists hasChild.(Father \sqcup Mother)
\end{aligned}
$$

Терминология в развернутом виде:

$$
\begin{aligned}
Woman &\equiv Person \sqcap Female \\
Man &\equiv Person \sqcap \neg(Person \sqcap Female) \\
Mother &\equiv (Person \sqcap Female) \sqcap \exists hasChild.Person \\
Father &\equiv (Person \sqcap \neg(Person \sqcap Female)) \sqcap \exists hasChild.Person \\
Grandmother &\equiv ((Person \sqcap Female) \sqcap \exists hasChild.Person) \sqcap \\
&\quad \sqcap \exists hasChild.(((Person \sqcap \neg(Person \sqcap Female)) \sqcap \\
&\quad \sqcap \exists hasChild.Person) \sqcup ((Person \sqcap Female) \sqcap \exists hasChild.Person))
\end{aligned}
$$

$$Person \equiv \top$$

$$Person \equiv \bot$$

Терминологии (онтологии специального вида)

$$
\begin{aligned}
\mathit{Woman} &\equiv \mathit{Person} \sqcap \mathit{Female}\\
\mathit{Man} &\equiv \mathit{Person} \sqcap \neg \mathit{Woman}\\
\mathit{Mother} &\equiv \mathit{Woman} \sqcap \exists \mathit{hasChild}.\mathit{Person}\\
\mathit{Father} &\equiv \mathit{Man} \sqcap \exists \mathit{hasChild}.\mathit{Person}\\
\mathit{Grandmother} &\equiv \mathit{Mother} \sqcap \exists \mathit{hasChild}.(\mathit{Father} \sqcup \mathit{Mother})
\end{aligned}
$$

Терминология в развернутом виде:

$$
\begin{aligned}
\mathit{Woman} &\equiv \mathit{Person} \sqcap \mathit{Female}\\
\mathit{Man} &\equiv \mathit{Person} \sqcap \neg(\mathit{Person} \sqcap \mathit{Female})\\
\mathit{Mother} &\equiv (\mathit{Person} \sqcap \mathit{Female}) \sqcap \exists \mathit{hasChild}.\mathit{Person}\\
\mathit{Father} &\equiv (\mathit{Person} \sqcap \neg(\mathit{Person} \sqcap \mathit{Female})) \sqcap \exists \mathit{hasChild}.\mathit{Person}\\
\mathit{Grandmother} &\equiv ((\mathit{Person} \sqcap \mathit{Female}) \sqcap \exists \mathit{hasChild}.\mathit{Person}) \sqcap\\
&\sqcap \exists \mathit{hasChild}.(((\mathit{Person} \sqcap \neg(\mathit{Person} \sqcap \mathit{Female})) \sqcap\\
&\sqcap \exists \mathit{hasChild}.\mathit{Person}) \sqcup ((\mathit{Person} \sqcap \mathit{Female}) \sqcap \exists \mathit{hasChild}.\mathit{Person}))
\end{aligned}
$$

$$\mathit{Person} \equiv \exists \mathit{hasChild}.\mathit{Person}$$

Терминологии (онтологии специального вида)

Сведение проблемы следования из терминологии к (не)вырожденности понятия

$$\begin{aligned} \mathit{Woman} &\equiv \mathit{Person} \sqcap \mathit{Female} \\ \mathit{Man} &\equiv \mathit{Person} \sqcap \neg \mathit{Woman} \\ \mathit{Father} &\equiv \mathit{Man} \sqcap \exists \mathit{hasChild}.\mathit{Person} \end{aligned}$$

Терминологии (онтологии специального вида)

Сведение проблемы следования из терминологии к (не)вырожденности понятия

$$\begin{aligned} \mathit{Woman} &\equiv \mathit{Person} \sqcap \mathit{Female} \\ \mathit{Man} &\equiv \mathit{Person} \sqcap \neg \mathit{Woman} \\ \mathit{Father} &\equiv \mathit{Man} \sqcap \exists \mathit{hasChild}.\mathit{Person} \end{aligned}$$

$$\mathcal{O} \overset{?}{\models} \mathit{Father} \sqsubseteq \neg \mathit{Woman}$$

Терминологии (онтологии специального вида)

Сведение проблемы следования из терминологии к (не)вырожденности понятия

$$\begin{aligned} \mathit{Woman} &\equiv \mathit{Person} \sqcap \mathit{Female} \\ \mathit{Man} &\equiv \mathit{Person} \sqcap \neg \mathit{Woman} \\ \mathit{Father} &\equiv \mathit{Man} \sqcap \exists \mathit{hasChild}.\mathit{Person} \end{aligned}$$

$$\mathcal{O} \overset{?}{\models} \mathit{Father} \sqsubseteq \neg \mathit{Woman}$$

$$\mathcal{O} \models \mathit{Father} \sqsubseteq \neg \mathit{Woman} \quad \Leftrightarrow \quad \mathcal{O} \models \mathit{Father} \sqcap \mathit{Woman} \sqsubseteq \bot$$

Терминологии (онтологии специального вида)

Сведение проблемы следования из терминологии к (не)вырожденности понятия

$$\begin{aligned} \mathit{Woman} &\equiv \mathit{Person} \sqcap \mathit{Female} \\ \mathit{Man} &\equiv \mathit{Person} \sqcap \neg(\mathit{Person} \sqcap \mathit{Female}) \\ \mathit{Father} &\equiv (\mathit{Person} \sqcap \neg(\mathit{Person} \sqcap \mathit{Female})) \sqcap \exists \mathit{hasChild}.\mathit{Person} \end{aligned}$$

$$\mathcal{O} \overset{?}{\models} \mathit{Father} \sqsubseteq \neg \mathit{Woman}$$

$$\mathcal{O} \models \mathit{Father} \sqsubseteq \neg \mathit{Woman} \quad \Leftrightarrow \quad \mathcal{O} \models \mathit{Father} \sqcap \mathit{Woman} \sqsubseteq \bot$$

$$\Leftrightarrow$$

$$\varnothing \models (\mathit{Person} \sqcap \neg(\mathit{Person} \sqcap \mathit{Female})) \sqcap \exists \mathit{hasChild}.\mathit{Person} \;\; \sqcap \;\; (\mathit{Person} \sqcap \mathit{Female}) \sqsubseteq \bot$$

Терминологии (онтологии специального вида)

Сведение проблемы следования из терминологии к (не)вырожденности понятия

$$\begin{aligned} \mathit{Woman} &\equiv \mathit{Person} \sqcap \mathit{Female} \\ \mathit{Man} &\equiv \mathit{Person} \sqcap \neg(\mathit{Person} \sqcap \mathit{Female}) \\ \mathit{Father} &\equiv (\mathit{Person} \sqcap \neg(\mathit{Person} \sqcap \mathit{Female})) \sqcap \exists \mathit{hasChild}.\mathit{Person} \end{aligned}$$

$$\mathcal{O} \overset{?}{\models} \mathit{Father} \sqsubseteq \neg \mathit{Woman}$$

$$\mathcal{O} \models \mathit{Father} \sqsubseteq \neg \mathit{Woman} \quad \Leftrightarrow \quad \mathcal{O} \models \mathit{Father} \sqcap \mathit{Woman} \sqsubseteq \bot$$

$$\Leftrightarrow$$

$$\varnothing \models (\mathit{Person} \sqcap \neg(\mathit{Person} \sqcap \mathit{Female})) \sqcap \exists \mathit{hasChild}.\mathit{Person} \ \sqcap \ (\mathit{Person} \sqcap \mathit{Female}) \sqsubseteq \bot$$

$$\Leftrightarrow$$

$$\varnothing \models (\mathit{Person} \sqcap \neg \mathit{Female}) \sqcap \exists \mathit{hasChild}.\mathit{Person} \sqcap (\mathit{Person} \sqcap \mathit{Female}) \sqsubseteq \bot$$

Следовательно, имеет место $\mathcal{O} \models \mathit{Father} \sqsubseteq \neg \mathit{Woman}$

Экспоненциальный Рост Определений при Развертывании

$$
\begin{aligned}
A_0 &\equiv \exists r.A_1 \sqcap \exists s.A_1 \\
A_1 &\equiv \exists r.A_2 \sqcap \exists s.A_2 \\
&\ldots \\
A_{n-1} &\equiv \exists r.A_n \sqcap \exists s.A_n
\end{aligned}
$$

Экспоненциальный Рост Определений при Развертывании

$$\boxed{n = 3} \quad \begin{aligned} A_0 &\equiv \exists r.A_1 \sqcap \exists s.A_1 \\ A_1 &\equiv \exists r.A_2 \sqcap \exists s.A_2 \\ A_2 &\equiv \exists r.A_3 \sqcap \exists s.A_3 \end{aligned}$$

Экспоненциальный Рост Определений при Развертывании

$$\boxed{n = 3} \qquad \begin{aligned} A_0 &\equiv \exists r.A_1 \sqcap \exists s.A_1 \\ A_1 &\equiv \exists r.A_2 \sqcap \exists s.A_2 \\ A_2 &\equiv \exists r.A_3 \sqcap \exists s.A_3 \end{aligned}$$

$$A_0 \equiv \exists r.A_1 \sqcap \exists s.A_1$$

$$A_1 \equiv \exists r.(\exists r.A_3 \sqcap \exists s.A_3) \sqcap \exists s.(\exists r.A_3 \sqcap \exists s.A_3)$$

$$A_2 \equiv \exists r.A_3 \sqcap \exists s.A_3$$

Экспоненциальный Рост Определений при Развертывании

$$\boxed{n = 3} \quad \begin{aligned} A_0 &\equiv \exists r.A_1 \sqcap \exists s.A_1 \\ A_1 &\equiv \exists r.A_2 \sqcap \exists s.A_2 \\ A_2 &\equiv \exists r.A_3 \sqcap \exists s.A_3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A_0 &\equiv \exists r.A_1 \sqcap \exists s.A_1 \\ A_1 &\equiv \exists r.(\exists r.A_3 \sqcap \exists s.A_3) \sqcap \exists s.(\exists r.A_3 \sqcap \exists s.A_3) \\ A_2 &\equiv \exists r.A_3 \sqcap \exists s.A_3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A_0 &\equiv \exists r.(\exists r.(\exists r.A_3 \sqcap \exists s.A_3) \sqcap \exists s.(\exists r.A_3 \sqcap \exists s.A_3)) \sqcap \exists s.(\exists r.(\exists r.A_3 \sqcap \exists s.A_3) \sqcap \exists s.(\exists r.A_3 \sqcap \exists s.A_3)) \\ A_1 &\equiv \exists r.(\exists r.A_3 \sqcap \exists s.A_3) \sqcap \exists s.(\exists r.A_3 \sqcap \exists s.A_3) \\ A_2 &\equiv \exists r.A_3 \sqcap \exists s.A_3 \end{aligned}$$

Алгоритмическая Сложность Логического Следования в Логике $\mathcal{EL}$

Тривиальность Некоторых Проблем Логического Вывода

$$\top, \; A, \; C \sqcap D, \; \exists r.C$$

Тривиальность Некоторых Проблем Логического Вывода

$$\top, \ A, \ C \sqcap D, \ \exists r.C$$

$$\exists r.(A \sqcap \exists r.B) \sqsubseteq C \sqcap \exists s.D$$

Тривиальность Некоторых Проблем Логического Вывода

$$\top,\ A,\ C \sqcap D,\ \exists r.C$$

$$\exists r.(A \sqcap \exists r.B) \sqsubseteq C \sqcap \exists s.D$$

Замечание (Особая модель $\mathcal{EL}$-онтологий)

- $(\Delta, \cdot^{\mathcal{I}})$, где Δ – произвольное (например, одноэлементное) множество и интерпретация каждого примитивного понятия и отношения равна Δ и $\Delta \times \Delta$, соответственно

Тривиальность Некоторых Проблем Логического Вывода

$$\top, \; A, \; C \sqcap D, \; \exists r.C$$

$$\exists r.(A \sqcap \exists r.B) \sqsubseteq C \sqcap \exists s.D$$

Замечание (Особая модель $\mathcal{EL}$-онтологий)

- $(\Delta, \cdot^{\mathcal{I}})$, где Δ – произвольное (например, одноэлементное) множество и интерпретация каждого примитивного понятия и отношения равна Δ и $\Delta \times \Delta$, соответственно

Следствие

- Любая онтология в логике $\mathcal{EL}$ является непротиворечивой
- Любое понятие в логике $\mathcal{EL}$ является невырожденным (относительно любой онтологии)

Тривиальность Некоторых Проблем Логического Вывода

$$\top,\ A,\ C \sqcap D,\ \exists r.C$$

$$\exists r.(A \sqcap \exists r.B) \sqsubseteq C \sqcap \exists s.D$$

Замечание (Особая модель $\mathcal{EL}$-онтологий)

- $(\Delta, \cdot^{\mathcal{I}})$, где Δ – произвольное (например, одноэлементное) множество и интерпретация каждого примитивного понятия и отношения равна Δ и $\Delta \times \Delta$, соответственно

Следствие

- Любая онтология в логике $\mathcal{EL}$ является непротиворечивой
- Любое понятие в логике $\mathcal{EL}$ является невырожденным (относительно любой онтологии)

Тем не менее, остается нетривиальной проблема логического следования:

$$\mathcal{O} \overset{?}{\models} C \sqsubseteq D$$

Нормализация Формул Логики $\mathcal{EL}$

Нормальная Форма

Формула логики $\mathcal{EL}$ находится в нормальной форме, если она имеет один из следующих видов:

- $A_1 \sqcap \ldots \sqcap A_n \sqsubseteq B$, где A_i, B – примитивные понятия, $n \geqslant 1$
- $A \sqsubseteq \exists r.B$, где A, B - примитивные понятия
- $\exists r.A \sqsubseteq B$, где A, B - примитивные понятия

Нормализация Формул Логики $\mathcal{EL}$

Нормальная Форма

Формула логики $\mathcal{EL}$ находится в нормальной форме, если она имеет один из следующих видов:

- $A_1 \sqcap \ldots \sqcap A_n \sqsubseteq B$, где A_i, B – примитивные понятия, $n \geqslant 1$
- $A \sqsubseteq \exists r.B$, где A, B - примитивные понятия
- $\exists r.A \sqsubseteq B$, где A, B - примитивные понятия

Нормализация $\mathcal{EL}$-онтологии

- $C \sqsubseteq C_1 \sqcap C_2$ заменяем парой аксиом $C \sqsubseteq C_1, \quad C \sqsubseteq C_2$
- $\exists r.C$ встречается в аксиоме онтологии и C – сложное понятие (не примитивное) $\Rightarrow$ заменяем все вхождения C в аксиомах онтологии на новое примитивное понятие X_C и добавляем аксиомы $X_C \sqsubseteq C$, $C \sqsubseteq X_C$ в онтологию

Нормализация Формул Логики $\mathcal{EL}$

Нормальная Форма

Формула логики $\mathcal{EL}$ находится в нормальной форме, если она имеет один из следующих видов:

- $A_1 \sqcap \ldots \sqcap A_n \sqsubseteq B$, где A_i, B – примитивные понятия, $n \geqslant 1$
- $A \sqsubseteq \exists r.B$, где A, B - примитивные понятия
- $\exists r.A \sqsubseteq B$, где A, B - примитивные понятия

Нормализация $\mathcal{EL}$-онтологии

- $C \sqsubseteq C_1 \sqcap C_2$ заменяем парой аксиом $C \sqsubseteq C_1, \quad C \sqsubseteq C_2$
- $\exists r.C$ встречается в аксиоме онтологии и C – сложное понятие (не примитивное) $\Rightarrow$ заменяем все вхождения C в аксиомах онтологии на новое примитивное понятие X_C и добавляем аксиомы $X_C \sqsubseteq C$, $C \sqsubseteq X_C$ в онтологию
- $C \sqsubseteq \exists r.A$, где A – примитивное понятие, а C – сложное, заменяем на пару аксиом $C \sqsubseteq X$, $X \sqsubseteq \exists r.A$, где X - новое примитивное понятие

Нормализация Формул Логики $\mathcal{EL}$

Нормальная Форма

Формула логики $\mathcal{EL}$ находится в нормальной форме, если она имеет один из следующих видов:

- $A_1 \sqcap \ldots \sqcap A_n \sqsubseteq B$, где A_i, B – примитивные понятия, $n \geqslant 1$
- $A \sqsubseteq \exists r.B$, где A, B - примитивные понятия
- $\exists r.A \sqsubseteq B$, где A, B - примитивные понятия

Нормализация $\mathcal{EL}$-онтологии

- $C \sqsubseteq C_1 \sqcap C_2$ заменяем парой аксиом $C \sqsubseteq C_1$, $C \sqsubseteq C_2$
- $\exists r.C$ встречается в аксиоме онтологии и C – сложное понятие (не примитивное) $\Rightarrow$ заменяем все вхождения C в аксиомах онтологии на новое примитивное понятие X_C и добавляем аксиомы $X_C \sqsubseteq C$, $C \sqsubseteq X_C$ в онтологию
- $C \sqsubseteq \exists r.A$, где A – примитивное понятие, а C – сложное, заменяем на пару аксиом $C \sqsubseteq X$, $X \sqsubseteq \exists r.A$, где X - новое примитивное понятие
- $C \sqcap \exists r.A \sqsubseteq B$, где A, B – примитивные понятия, заменяем парой аксиом $\exists r.A \sqsubseteq X$, $C \sqcap X \sqsubseteq B$, где X - новое примитивное понятие

Нормализация Формул Логики $\mathcal{EL}$

Нормальная Форма

Формула логики $\mathcal{EL}$ находится в нормальной форме, если она имеет один из следующих видов:

- $A_1 \sqcap \ldots \sqcap A_n \sqsubseteq B$, где A_i, B – примитивные понятия, $n \geqslant 1$
- $A \sqsubseteq \exists r.B$, где A, B - примитивные понятия
- $\exists r.A \sqsubseteq B$, где A, B - примитивные понятия

Нормализация $\mathcal{EL}$-онтологии

- $C \sqsubseteq C_1 \sqcap C_2$ заменяем парой аксиом $C \sqsubseteq C_1, \quad C \sqsubseteq C_2$
- $\exists r.C$ встречается в аксиоме онтологии и C – сложное понятие (не примитивное) $\Rightarrow$ заменяем все вхождения C в аксиомах онтологии на новое примитивное понятие X_C и добавляем аксиомы $X_C \sqsubseteq C$, $C \sqsubseteq X_C$ в онтологию
- $C \sqsubseteq \exists r.A$, где A – примитивное понятие, а C – сложное, заменяем на пару аксиом $C \sqsubseteq X$, $X \sqsubseteq \exists r.A$, где X - новое примитивное понятие
- $C \sqcap \exists r.A \sqsubseteq B$, где A, B – примитивные понятия, заменяем парой аксиом $\exists r.A \sqsubseteq X$, $C \sqcap X \sqsubseteq B$, где X - новое примитивное понятие

Теорема

Пусть $\mathcal{O}, \mathcal{O}'$ – $\mathcal{EL}$-онтологии, причем $\mathcal{O}'$ получена из $\mathcal{O}$ с помощью нормализации. Тогда для любой пары примитивных понятий A, B, встречающихся в $\mathcal{O}$, имеем $\mathcal{O} \models A \sqsubseteq B \Leftrightarrow \mathcal{O}' \models A \sqsubseteq B$.

Нормализация Формул Логики $\mathcal{EL}$

Нормальная Форма

Формула логики $\mathcal{EL}$ находится в нормальной форме, если она имеет один из следующих видов:

- $A_1 \sqcap \ldots \sqcap A_n \sqsubseteq B$, где A_i, B – примитивные понятия, $n \geqslant 1$
- $A \sqsubseteq \exists r.B$, где A, B - примитивные понятия
- $\exists r.A \sqsubseteq B$, где A, B - примитивные понятия

Нормализация $\mathcal{EL}$-онтологии

- $C \sqsubseteq C_1 \sqcap C_2$ заменяем парой аксиом $C \sqsubseteq C_1, \quad C \sqsubseteq C_2$
- $\exists r.C$ встречается в аксиоме онтологии и C – сложное понятие (не примитивное) $\Rightarrow$ заменяем все вхождения C в аксиомах онтологии на новое примитивное понятие X_C и добавляем аксиомы $X_C \sqsubseteq C$, $C \sqsubseteq X_C$ в онтологию
- $C \sqsubseteq \exists r.A$, где A – примитивное понятие, а C – сложное, заменяем на пару аксиом $C \sqsubseteq X$, $X \sqsubseteq \exists r.A$, где X - новое примитивное понятие
- $C \sqcap \exists r.A \sqsubseteq B$, где A, B – примитивные понятия, заменяем парой аксиом $\exists r.A \sqsubseteq X$, $C \sqcap X \sqsubseteq B$, где X - новое примитивное понятие

Теорема

Пусть $\mathcal{O}, \mathcal{O}'$ – $\mathcal{EL}$-онтологии, причем $\mathcal{O}'$ получена из $\mathcal{O}$ с помощью нормализации. Тогда для любой пары примитивных понятий A, B, встречающихся в $\mathcal{O}$, имеем $\mathcal{O} \models A \sqsubseteq B \Leftrightarrow \mathcal{O}' \models A \sqsubseteq B$.

Замечание

$\mathcal{O} \models C \sqsubseteq D$, где C, D произвольные (возможно, сложные) понятия $\Leftrightarrow \mathcal{O} \cup \{X \equiv C, \ D \equiv Y\} \models X \sqsubseteq Y$, где X, Y - новые примитивные понятия (не встречающиеся в $\mathcal{O}$, C, D).

Нормализация Формул Логики $\mathcal{EL}$

Нормальная Форма

Формула логики $\mathcal{EL}$ находится в нормальной форме, если она имеет один из следующих видов:

- $A_1 \sqcap \ldots \sqcap A_n \sqsubseteq B$, где A_i, B – примитивные понятия, $n \geqslant 1$
- $A \sqsubseteq \exists r.B$, где A, B - примитивные понятия
- $\exists r.A \sqsubseteq B$, где A, B - примитивные понятия

Нормализация $\mathcal{EL}$-онтологии

- $C \sqsubseteq C_1 \sqcap C_2$ заменяем парой аксиом $C \sqsubseteq C_1, \quad C \sqsubseteq C_2$
- $\exists r.C$ встречается в аксиоме онтологии и C – сложное понятие (не примитивное) $\Rightarrow$ заменяем все вхождения C в аксиомах онтологии на новое примитивное понятие X_C и добавляем аксиомы $X_C \sqsubseteq C$, $C \sqsubseteq X_C$ в онтологию
- $C \sqsubseteq \exists r.A$, где A – примитивное понятие, а C – сложное, заменяем на пару аксиом $C \sqsubseteq X$, $X \sqsubseteq \exists r.A$, где X - новое примитивное понятие
- $C \sqcap \exists r.A \sqsubseteq B$, где A, B – примитивные понятия, заменяем парой аксиом $\exists r.A \sqsubseteq X$, $C \sqcap X \sqsubseteq B$, где X - новое примитивное понятие

Теорема

Пусть $\mathcal{O}, \mathcal{O}'$ – $\mathcal{EL}$-онтологии, причем $\mathcal{O}'$ получена из $\mathcal{O}$ с помощью нормализации. Тогда для любой пары примитивных понятий A, B, встречающихся в $\mathcal{O}$, имеем $\mathcal{O} \models A \sqsubseteq B \Leftrightarrow \mathcal{O}' \models A \sqsubseteq B$.

Замечание

$\mathcal{O} \models C \sqsubseteq D$, где C, D произвольные (возможно, сложные) понятия $\Leftrightarrow$ $\mathcal{O} \cup \{X \sqsubseteq C,\ D \sqsubseteq Y\} \models X \sqsubseteq Y$, где X, Y - новые примитивные понятия (не встречающиеся в $\mathcal{O}$, C, D).

Алгоритм Проверки Логического Следования

Свойства алгоритма

Вход: $\mathcal{EL}$-онтология $\mathcal{O}$ в нормальной форме. Алгоритм вычисляет отображения S и R такие, что

- S отображает каждое примитивное понятие из $\mathcal{O}$ в множество примитивных понятий из $\mathcal{O}$
- R отображает каждое имя отношения r из $\mathcal{O}$ в множество пар $\langle A, B\rangle$ примитивных понятий из $\mathcal{O}$

и имеет место: $B \in S(A) \Leftrightarrow \mathcal{O} \models A \sqsubseteq B$ (далее сформулируем это в виде двух теорем)

Алгоритм Проверки Логического Следования

Свойства алгоритма

Вход: $\mathcal{EL}$-онтология $\mathcal{O}$ в нормальной форме. Алгоритм вычисляет отображения S и R такие, что

- S отображает каждое примитивное понятие из $\mathcal{O}$ в множество примитивных понятий из $\mathcal{O}$
- R отображает каждое имя отношения r из $\mathcal{O}$ в множество пар $\langle A, B\rangle$ примитивных понятий из $\mathcal{O}$

и имеет место: $B \in S(A) \Leftrightarrow \mathcal{O} \models A \sqsubseteq B$ (далее сформулируем это в виде двух теорем)

$A \sqsubseteq A_1$ $\dots$ $A \sqsubseteq A_n$	$A_1 \sqcap \ldots \sqcap A_n \sqsubseteq B$	$\models \quad A \sqsubseteq B$
$A \sqsubseteq \exists r.A'$ $A' \sqsubseteq B'$	$\exists r.B' \sqsubseteq B$	$\models \quad A \sqsubseteq B$

Алгоритм Проверки Логического Следования

Свойства алгоритма

Вход: $\mathcal{EL}$-онтология $\mathcal{O}$ в нормальной форме. Алгоритм вычисляет отображения S и R такие, что

- S отображает каждое примитивное понятие из $\mathcal{O}$ в множество примитивных понятий из $\mathcal{O}$
- R отображает каждое имя отношения r из $\mathcal{O}$ в множество пар $\langle A, B \rangle$ примитивных понятий из $\mathcal{O}$

и имеет место: $B \in S(A) \Leftrightarrow \mathcal{O} \models A \sqsubseteq B$ (далее сформулируем это в виде двух теорем)

$A \sqsubseteq A_1$ $\ldots$ $A \sqsubseteq A_n$	$A_1 \sqcap \ldots \sqcap A_n \sqsubseteq B$	$\models$	$A \sqsubseteq B$
$A \sqsubseteq \exists r.A'$ $A' \sqsubseteq B'$	$\exists r.B' \sqsubseteq B$	$\models$	$A \sqsubseteq B$

Индуктивная процедура вычисления S и R

- изначально $A, \top \in S(A)$ для каждого примитивного понятия A из $\mathcal{O}$ и $R(r) = \varnothing$ для каждого отношения r из $\mathcal{O}$
- $A_1, \ldots, A_n \in S(A)$, $n \geqslant 1$, $A_1 \sqcap \ldots \sqcap A_n \sqsubseteq B \in \mathcal{O}$ и $B \notin S(A) \Rightarrow S(A) := S(A) \cup \{B\}$
- $A' \in S(A)$, $A' \sqsubseteq \exists r.B \in \mathcal{O}$ и $\langle A, B \rangle \notin R(r) \Rightarrow R(r) := R(r) \cup \{\langle A, B \rangle\}$

Алгоритм Проверки Логического Следования

Свойства алгоритма

Вход: $\mathcal{EL}$-онтология $\mathcal{O}$ в нормальной форме. Алгоритм вычисляет отображения S и R такие, что

- S отображает каждое примитивное понятие из $\mathcal{O}$ в множество примитивных понятий из $\mathcal{O}$
- R отображает каждое имя отношения r из $\mathcal{O}$ в множество пар $\langle A, B\rangle$ примитивных понятий из $\mathcal{O}$

и имеет место: $B \in S(A) \Leftrightarrow \mathcal{O} \models A \sqsubseteq B$ (далее сформулируем это в виде двух теорем)

$A \sqsubseteq A_1$ $\dots$ $A \sqsubseteq A_n$	$A_1 \sqcap \dots \sqcap A_n \sqsubseteq B$	$\models$	$A \sqsubseteq B$
$A \sqsubseteq \exists r.A'$ $A' \sqsubseteq B'$	$\exists r.B' \sqsubseteq B$	$\models$	$A \sqsubseteq B$

Индуктивная процедура вычисления S и R

- изначально $A, \top \in S(A)$ для каждого примитивного понятия A из $\mathcal{O}$ и $R(r) = \varnothing$ для каждого отношения r из $\mathcal{O}$
- $A_1, \dots, A_n \in S(A)$, $n \geqslant 1$, $A_1 \sqcap \dots \sqcap A_n \sqsubseteq B \in \mathcal{O}$ и $B \notin S(A) \Rightarrow S(A) := S(A) \cup \{B\}$
- $A' \in S(A)$, $A' \sqsubseteq \exists r.B \in \mathcal{O}$ и $\langle A, B\rangle \notin R(r) \Rightarrow R(r) := R(r) \cup \{\langle A, B\rangle\}$
- $\langle A, A'\rangle \in R(r)$, $B' \in S(A')$, $\exists r.B' \sqsubseteq B \in \mathcal{O}$ и $B \notin S(A) \Rightarrow S(A) := S(A) \cup \{B\}$

Алгоритм Проверки Логического Следования

Свойства алгоритма

Вход: $\mathcal{EL}$-онтология $\mathcal{O}$ в нормальной форме. Алгоритм вычисляет отображения S и R такие, что

- S отображает каждое примитивное понятие из $\mathcal{O}$ в множество примитивных понятий из $\mathcal{O}$
- R отображает каждое имя отношения r из $\mathcal{O}$ в множество пар $\langle A, B\rangle$ примитивных понятий из $\mathcal{O}$

и имеет место: $B \in S(A) \Leftrightarrow \mathcal{O} \models A \sqsubseteq B$ (далее сформулируем это в виде двух теорем)

$A \sqsubseteq A_1$ $\ldots$ $A \sqsubseteq A_n$	$A_1 \sqcap \ldots \sqcap A_n \sqsubseteq B$	$\models$	$A \sqsubseteq B$
$A \sqsubseteq \exists r.A'$ $A' \sqsubseteq B'$	$\exists r.B' \sqsubseteq B$	$\models$	$A \sqsubseteq B$

Индуктивная процедура вычисления S и R

- изначально $A, \top \in S(A)$ для каждого примитивного понятия A из $\mathcal{O}$ и $R(r) = \varnothing$ для каждого отношения r из $\mathcal{O}$
- $A_1, \ldots, A_n \in S(A)$, $n \geqslant 1$, $A_1 \sqcap \ldots \sqcap A_n \sqsubseteq B \in \mathcal{O}$ и $B \notin S(A) \Rightarrow S(A) := S(A) \cup \{B\}$
- $A' \in S(A)$, $A' \sqsubseteq \exists r.B \in \mathcal{O}$ и $\langle A, B\rangle \notin R(r) \Rightarrow R(r) := R(r) \cup \{\langle A, B\rangle\}$
- $\langle A, A'\rangle \in R(r)$, $B' \in S(A')$, $\exists r.B' \sqsubseteq B \in \mathcal{O}$ и $B \notin S(A) \Rightarrow S(A) := S(A) \cup \{B\}$

Теорема (Корректность алгоритма)

Для любых примитивных понятий A, B и отношения r выполняется:

- $B \in S(A) \Rightarrow \mathcal{O} \models A \sqsubseteq B$
- $\langle A, B\rangle \in R(r) \Rightarrow \mathcal{O} \models A \sqsubseteq \exists r.B$

Обоснование Полноты через Канонические Модели

Индуктивная процедура вычисления S и R

- изначально $A, \top \in S(A)$ для каждого примитивного понятия A из $\mathcal{O}$ и $R(r) = \varnothing$ для каждого отношения r из $\mathcal{O}$
- $A_1, \ldots, A_n \in S(A)$, $n \geqslant 1$, $A_1 \sqcap \ldots \sqcap A_n \sqsubseteq B \in \mathcal{O}$ и $B \notin S(A)$ $\Rightarrow$ $S(A) := S(A) \cup \{B\}$
- $A' \in S(A)$, $A' \sqsubseteq \exists r.B \in \mathcal{O}$ и $\langle A, B\rangle \notin R(r)$ $\Rightarrow$ $R(r) := R(r) \cup \{\langle A, B\rangle\}$
- $\langle A, A'\rangle \in R(r)$, $B' \in S(A')$, $\exists r.B' \sqsubseteq B$ и $B \notin S(A)$ $\Rightarrow$ $S(A) := S(A) \cup \{B\}$

Теорема (Полнота алгоритма)

Для любых примитивных понятий A, B и отношения r выполняется:

- $B \in S(A) \Leftarrow \mathcal{O} \models A \sqsubseteq B$
- $\langle A, B\rangle \in R(r) \Leftarrow \mathcal{O} \models A \sqsubseteq \exists r.B$

Обоснование Полноты через Канонические Модели

Индуктивная процедура вычисления S и R

- изначально $A, \top \in S(A)$ для каждого примитивного понятия A из $\mathcal{O}$ и $R(r) = \varnothing$ для каждого отношения r из $\mathcal{O}$
- $A_1, \dots, A_n \in S(A)$, $n \geqslant 1$, $A_1 \sqcap \dots \sqcap A_n \sqsubseteq B \in \mathcal{O}$ и $B \notin S(A) \Rightarrow S(A) := S(A) \cup \{B\}$
- $A' \in S(A)$, $A' \sqsubseteq \exists r.B \in \mathcal{O}$ и $\langle A, B\rangle \notin R(r) \Rightarrow R(r) := R(r) \cup \{\langle A, B\rangle\}$
- $\langle A, A'\rangle \in R(r)$, $B' \in S(A')$, $\exists r.B' \sqsubseteq B$ и $B \notin S(A) \Rightarrow S(A) := S(A) \cup \{B\}$

Теорема (Полнота алгоритма)

Для любых примитивных понятий A, B и отношения r выполняется:

- $B \in S(A) \Leftarrow \mathcal{O} \models A \sqsubseteq B$
- $\langle A, B\rangle \in R(r) \Leftarrow \mathcal{O} \models A \sqsubseteq \exists r.B$

Каноническая модель нормализованной $\mathcal{EL}$-онтологии

Пара $(\Delta, \cdot^{\mathcal{I}})$, где

- Δ – множество примитивных понятий онтологии
- $A^{\mathcal{I}}$ – множество всех B таких, что $A \in S(B)$
- $r^{\mathcal{I}}$ – множество всех пар $\langle A, B\rangle$ таких, что $\langle A, B\rangle \in R(r)$

Обоснование Полноты через Канонические Модели

Индуктивная процедура вычисления S и R

- изначально $A, \top \in S(A)$ для каждого примитивного понятия A из $\mathcal{O}$ и $R(r) = \varnothing$ для каждого отношения r из $\mathcal{O}$
- $A_1, \ldots, A_n \in S(A)$, $n \geqslant 1$, $A_1 \sqcap \ldots \sqcap A_n \sqsubseteq B \in \mathcal{O}$ и $B \notin S(A) \Rightarrow S(A) := S(A) \cup \{B\}$
- $A' \in S(A)$, $A' \sqsubseteq \exists r.B \in \mathcal{O}$ и $\langle A, B\rangle \notin R(r) \Rightarrow R(r) := R(r) \cup \{\langle A, B\rangle\}$
- $\langle A, A'\rangle \in R(r)$, $B' \in S(A')$, $\exists r.B' \sqsubseteq B$ и $B \notin S(A) \Rightarrow S(A) := S(A) \cup \{B\}$

Теорема (Полнота алгоритма)

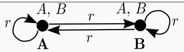
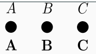
Для любых примитивных понятий A, B и отношения r выполняется:

- $B \in S(A) \Leftarrow \mathcal{O} \models A \sqsubseteq B$
- $\langle A, B\rangle \in R(r) \Leftarrow \mathcal{O} \models A \sqsubseteq \exists r.B$

Каноническая модель нормализованной $\mathcal{EL}$-онтологии

Пара $(\Delta, \cdot^{\mathcal{I}})$, где

- Δ – множество примитивных понятий онтологии
- $A^{\mathcal{I}}$ – множество всех B таких, что $A \in S(B)$
- $r^{\mathcal{I}}$ – множество всех пар $\langle A, B\rangle$ таких, что $\langle A, B\rangle \in R(r)$

Онтология	R, S	Каноническая модель
$A \sqsubseteq \exists r.B$ $B \sqsubseteq A$ $\exists r.A \sqsubseteq B$	$S(A) = \{A, B\},\ S(B) = \{A, B\}$ $R(r) = \{\langle A, B\rangle, \langle A, A\rangle, \langle B, A\rangle, \langle B, B\rangle\}$	
$A \sqcap B \sqsubseteq C$ $\exists r.A \sqsubseteq B$	$S(A) = \{A\},\ S(B) = \{B\},\ S(C) = \{C\}$ $R(r) = \varnothing$	

Обоснование Полноты через Канонические Модели

Индуктивная процедура вычисления S и R

- изначально $A, \top \in S(A)$ для каждого примитивного понятия A из $\mathcal{O}$ и $R(r) = \varnothing$ для каждого отношения r из $\mathcal{O}$
- $A_1, \ldots, A_n \in S(A)$, $n \geqslant 1$, $A_1 \sqcap \ldots \sqcap A_n \sqsubseteq B \in \mathcal{O}$ и $B \notin S(A) \Rightarrow S(A) := S(A) \cup \{B\}$
- $A' \in S(A)$, $A' \sqsubseteq \exists r.B \in \mathcal{O}$ и $\langle A, B\rangle \notin R(r) \Rightarrow R(r) := R(r) \cup \{\langle A, B\rangle\}$
- $\langle A, A'\rangle \in R(r)$, $B' \in S(A')$, $\exists r.B' \sqsubseteq B$ и $B \notin S(A) \Rightarrow S(A) := S(A) \cup \{B\}$

Теорема (Полнота алгоритма)

Для любых примитивных понятий A, B и отношения r выполняется:

- $B \in S(A) \Leftarrow \mathcal{O} \models A \sqsubseteq B$
- $\langle A, B\rangle \in R(r) \Leftarrow \mathcal{O} \models A \sqsubseteq \exists r.B$

Каноническая модель нормализованной $\mathcal{EL}$-онтологии

Пара $(\Delta, \cdot^{\mathcal{I}})$, где

- Δ – множество примитивных понятий онтологии
- $A^{\mathcal{I}}$ – множество всех B таких, что $A \in S(B)$
- $r^{\mathcal{I}}$ – множество всех пар $\langle A, B\rangle$ таких, что $\langle A, B\rangle \in R(r)$

Замечание

Размер канонической модели полиномиален от размера онтологии

Из определениий нормализации, процедуры построения R, S и канонической модели вытекает следующая

Теорема (Сложность логического следования)

В логике $\mathcal{EL}$ проблема проверки логического следования $\mathcal{O} \models C \sqsubseteq D$ для заданных онтологии $\mathcal{O}$ и понятий C, D разрешима за время, полиномиальное от размера $\mathcal{O} \cup \{C \sqsubseteq D\}$.

Для любой онтологии в логике $\mathcal{EL}$ существует особое алгебраическое представление – структура полиномиального размера (каноническая модель онтологии)

Она содержит в явном виде информацию о всех включениях $A \sqsubseteq B$ примитивных понятий, которые логически следуют из онтологии

Итоги Лекции

- Рассмотрели принципы теоретико-модельного подхода к формализации понятий и терминологических систем (онтологий) с использованием дескрипционных логик
- Определили базовые вопросы противорчевости онтологии и невырожденности понятия в теоретико-модельных терминах
- Рассмотрели дескрипционную логику $\mathcal{EL}$ и показали, что несмотря на относительную бедность конструкторов этой логики, явные определения понятий относительно онтологии в данной логике могут иметь экспоненциальный размер
- Показали, что в логике $\mathcal{EL}$ проблема логического следования из онтологий полиномиально разрешима. Доказали корректность и полноту алгоритма проверки логического следования в логике $\mathcal{EL}$ при помощи техники канонических моделей.